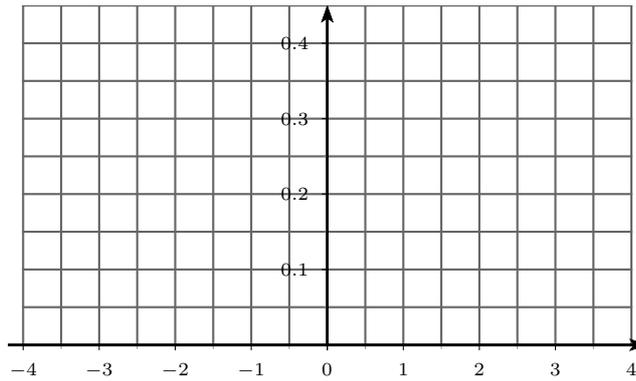


Lois normales

Exercice 1:

Soit X une variable aléatoire qui suit la loi $\mathcal{N}(0; 1)$.

1. Tracer ci-dessous la courbe de la densité de la variable aléatoire X :



2. Déterminer à l'aide de votre calculatrice $P(X \leq 2)$ et $P(X \leq -1)$.

3. Représenter graphiquement et déterminer sans outil de calcul :

- a. $P(X \geq 2)$ b. $P(-1 \leq X \leq 2)$ c. $P(X \geq -1)$ d. $P((X \geq 2) \cup (X \leq -1))$

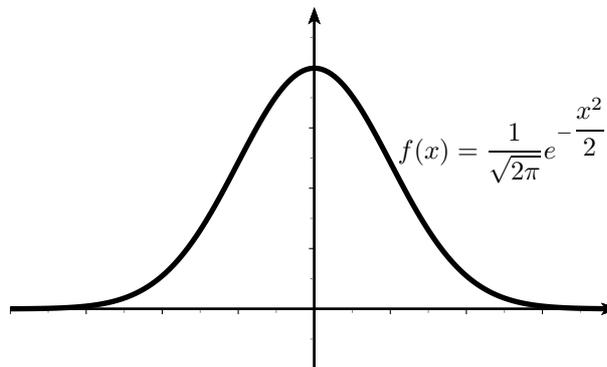
Exercice 2:

Soit X une variable aléatoire qui suit la loi $\mathcal{N}(0; 1)$.

1. Déterminer les réels u_α tels que $P(-u_\alpha \leq X \leq u_\alpha) = 1 - \alpha$ pour :

- a. $\alpha = 0,5$ b. $\alpha = 0,1$ c. $\alpha = 0,05$ d. $\alpha = 0,01$

2. Déterminer le réel a tels que $P(-a \leq X \leq a) = 0,68$. Interpréter graphiquement ce résultat :



Définition:

Une variable aléatoire X suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ si la variable aléatoire $\frac{X - \mu}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0;1)$ où σ est un réel strictement positif.

Exercice 3:

Soit X une variable aléatoire qui suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ et Z une variable aléatoire suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0;1)$ avec σ est un réel strictement positif. A l'aide du fichier GeoGebra **1516_TS_CH26_densite.ggb**, répondre aux questions suivantes :

1. Que peut-on remarquer pour la fonction de densité de la loi normale générale $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ en fonction de μ et σ ?
2. Déterminer les probabilités suivantes à 10^{-3} près :

a. $P(X \in [\mu - \sigma; \mu + \sigma])$

b. $P(X \in [\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma])$

c. $P(X \in [\mu - 3\sigma; \mu + 3\sigma])$

3. Les valeurs obtenues précédemment sont-elles dépendantes de μ et σ ?
4. Conjecturer à l'aide du logiciel GeoGebra l'espérance, la variance et l'écart-type de X en fonction de μ et σ sachant que :

$$E(X) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \int_{-t}^t x f(x) dx$$

où f est la densité de la variable aléatoire qui suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ et que

$$V(X) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \int_{-t}^t x^2 f(x) dx - [E(X)]^2$$