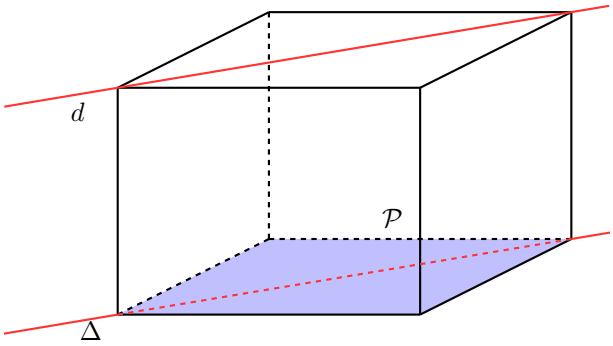
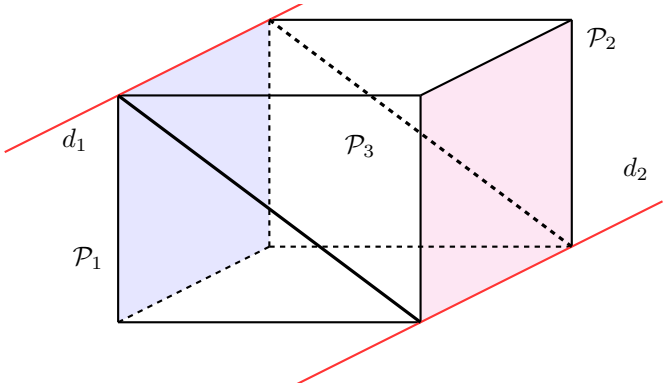
Chapitre 6: Géométrie dans l'espace I

1 Parallélisme dans l'espace

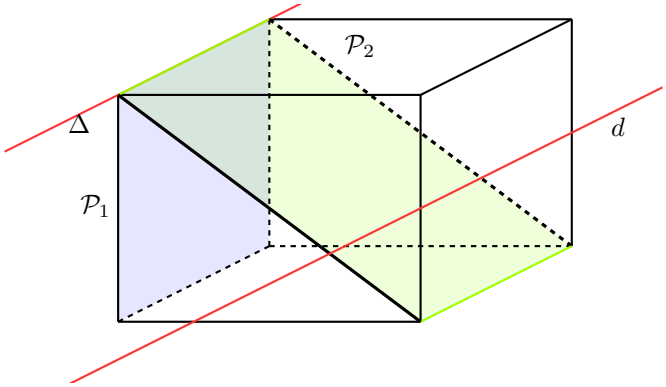
Définition:
Si une droite d est parallèle à une droite Δ contenue dans un plan $\mathcal{P}$ alors d est parallèle au plan $\mathcal{P}$.



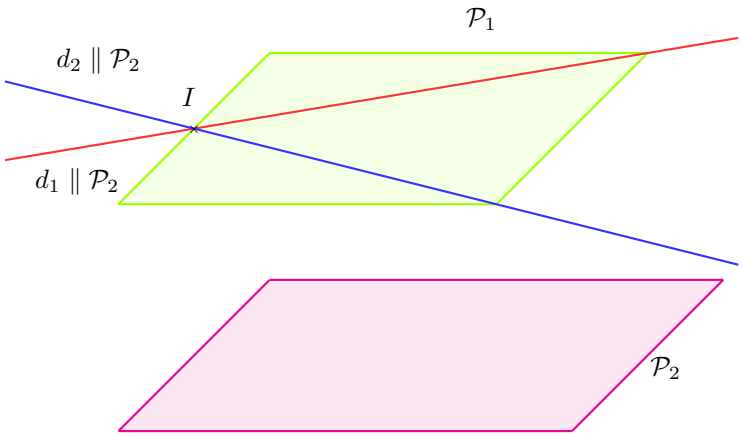
Théorème:
Si deux plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont parallèles alors tout plan $\mathcal{P}_3$ qui coupe $\mathcal{P}_1$ coupe $\mathcal{P}_2$ et les intersections sont deux droites d_1 et d_2 parallèles.



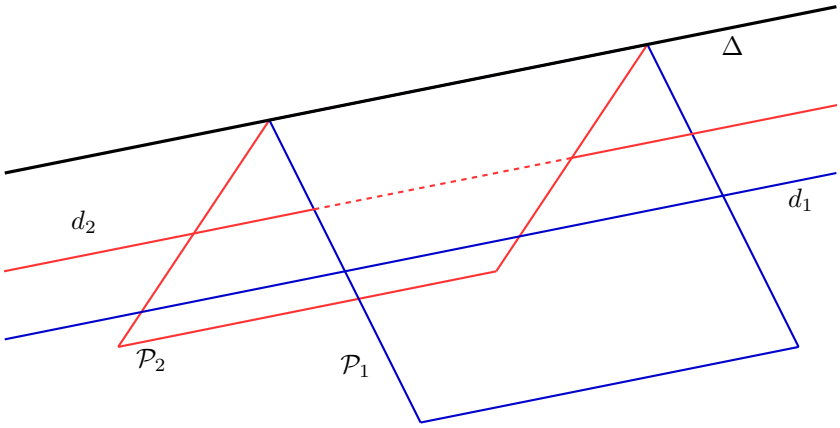
Théorème:
Si une droite d est parallèle à deux plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sécants suivant une droite Δ alors d et Δ sont deux droites parallèles.



Théorème:
Si un plan $\mathcal{P}_1$ contient deux droites sécantes parallèles à un plan $\mathcal{P}_2$ alors $\mathcal{P}_1$ est parallèle à $\mathcal{P}_2$.



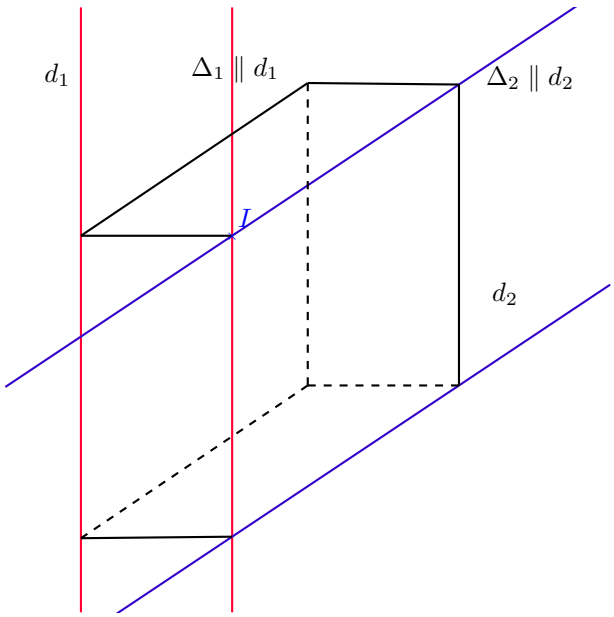
Théorème:
Soit d_1 et d_2 deux droites parallèles contenues respectivement dans deux plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$. Si $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ s'intersectent en une droite Δ alors d_1 et d_2 sont parallèles à Δ.



2 Orthogonalité dans l'espace

2.1 Droites orthogonales

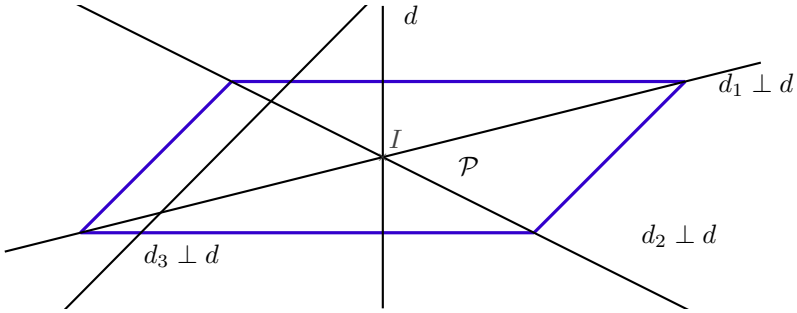
Définition:
*Dans l'espace, dire que deux droites d_1 et d_2 sont **orthogonales** signifie qu'on peut trouver un point I tel que les parallèles à d_1 et d_2 passant par I sont perpendiculaires. On écrit $d_1 \perp d_2$.*



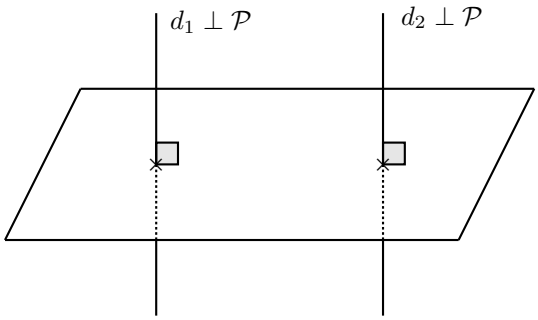
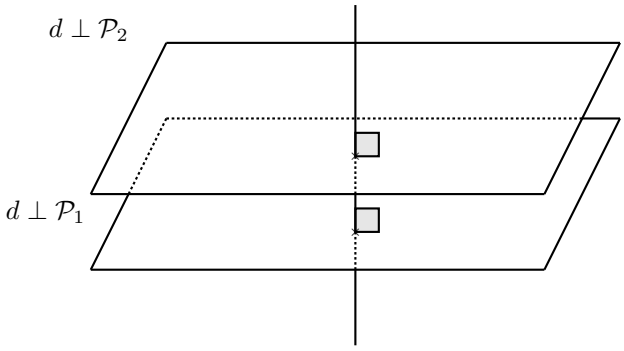
Théorème:
Si deux droites sont parallèles alors toute droite orthogonale à l'une est orthogonale à l'autre.

2.2 Droites perpendiculaires à un plan

Définition:
*I est l'intersection d'une droite d et d'un plan $\mathcal{P}$. Dire que d et $\mathcal{P}$ sont **perpendiculaires** signifie que d est perpendiculaire à deux droites d_1 et d_2 de $\mathcal{P}$ passant par I.*
Ainsi, toute droite de $\mathcal{P}$ est orthogonale à d et toute droite de $\mathcal{P}$ passant par I est perpendiculaire à d.



Théorème:
Si deux droites d_1 et d_2 sont perpendiculaires à un même plan $\mathcal{P}$ alors elles sont parallèles.



Théorème:
Si deux plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont perpendiculaires à une même droite d alors ils sont parallèles.