

Chapitre 7: Suites III

1 Limites et comparaison

Théorème:

Soit (u_n) et (v_n) deux suites telles que, à partir d'un certain rang, on ait :

$$u_n \leq v_n$$

- Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$;
- Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$.

Théorème: (Des gendarmes)

Soit (u_n) , (v_n) et (w_n) trois suites telles que, à partir d'un certain rang, on ait :

$$u_n \leq v_n \leq w_n$$

et

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l \quad , \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = l$$

où l est un nombre réel alors la suite (v_n) est convergente et sa limite est l également.

2 Limite d'une suite géométrique

Théorème:

q désigne un nombre réel.

- Si $q > 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$
- Si $-1 < q < 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$
- Si $q < -1$ alors (q^n) n'a pas de limite.