7 page 117

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = x^2 + x - 6$
Après étude du discriminant, on obtient que $x^2 + x - 6$ s'annule en -3 et en 2 donc

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{29}{2}$	$\searrow$	$-\frac{19}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

En effet $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{3}x^3 = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{3}x^3 = +\infty$.
Sur $]-\infty;-3]$, f est une fonction continue, strictement croissante et $4 \in \left]\lim\limits_{x\to-\infty} f(x); f(-3)\right]$ donc d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 4$ admet une unique solution notée α_1 sur $]-\infty;-3]$. De plus $-4,84 \leq \alpha_1 \leq -4,83$.
En appliquant ce même théorème sur $[-3;2]$ et sur $[2;+\infty[$, on obtient que l'équation $f(x) = 4$ admet :

- une unique solution notée α_2 sur $[-3;2]$ avec $-0,49 \leq \alpha_2 \leq -0,48$;
- une unique solution notée α_3 sur $[2;+\infty[$ avec $3,82 \leq \alpha_3 \leq 3,83$.