

DEVOIR BILAN 1

Enseignants : GREAU D.

Nom :

Note :

SECHER P.

Prénom :

Date : 15/09/2015

Classe :

Durée : 1 heure 30

Exercice 1:

2,5 points

Étudier les variations des suites ci-dessous :

1. $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est définie par $u_0 = -2$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n - 2n$
2. $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est la suite de terme général $v_n = \frac{n-2}{n+3}$

Exercice 2:

2,5 points

La suite (w_n) est définie par $w_0 = 1$ et pour tout entier naturel n , $w_{n+1} = \frac{4}{3}w_n + 1$.
 Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , $w_n \geq 1$.

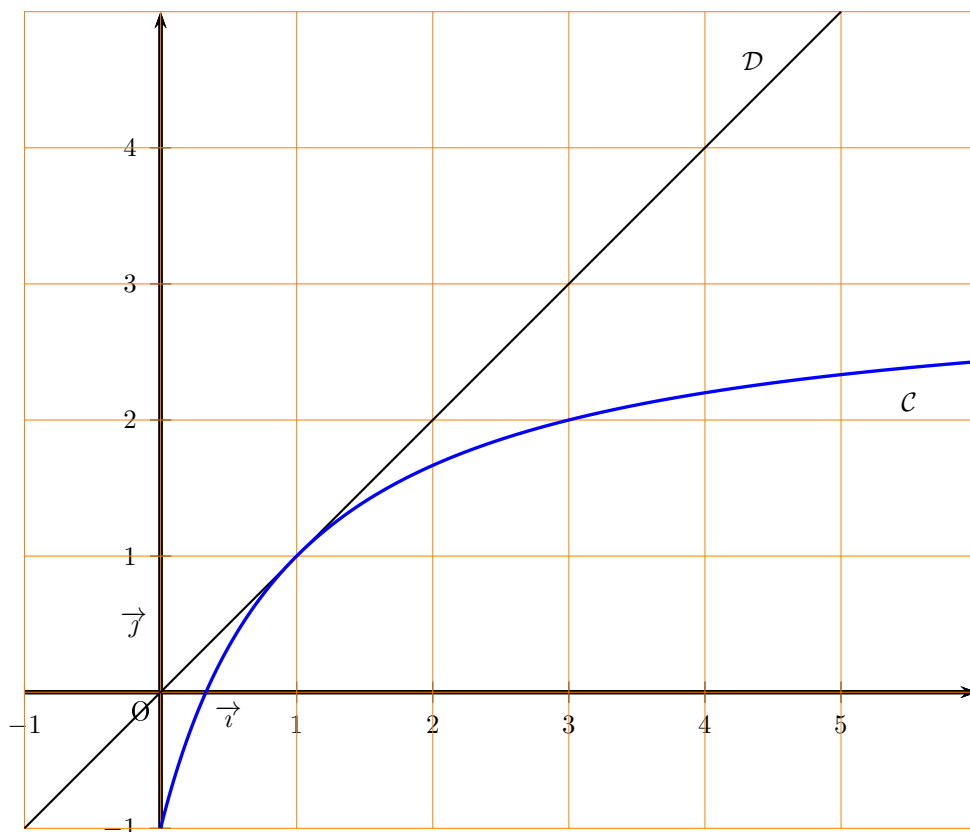
Exercice 3:

2,5 points

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $] -1 ; +\infty[$ par : $f(x) = 3 - \frac{4}{x+1}$.

On considère la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

On a tracé, ci-dessous, la courbe $\mathcal{C}$ représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ et la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = x$.



1. Sur le graphique ci-dessus, placer sur l'axe des abscisses, u_0 , u_1 , u_2 et u_3 . Faire apparaître les traits de construction.
2. Que peut-on conjecturer sur le sens de variation de la suite (u_n) ?

Partie A

La production d’une entreprise peut être modélisée par une suite arithmétique (u_n) telle que, pour tout entier naturel non nul n , u_n désigne le nombre d’appareils produits l’année n .
La 1^{re} année, la production est de 7 500 appareils ; on a donc $u_1 = 7\,500$.
La 6^e année, la production est de 12 000 appareils ; on a donc $u_6 = 12\,000$.

1. Montrer que la raison de la suite (u_n) est 900.
2. Pour tout entier naturel non nul n , exprimer u_n en fonction de n .
3. Au bout de combien d’années la production aura-t-elle dépassé le triple de la production initiale ?

Partie B

Une autre entreprise produit la 1^{re} année 7 500 appareils. On notera, pour tout entier naturel non nul n , v_n , le nombre d’appareils produits l’année n . On a donc $v_1 = 7\,500$. La production annuelle de cette entreprise augmente de 10 % chaque année.

1. Calculer v_2 et v_3 .
2. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique. Donner sa raison.
3. Pour tout entier naturel non nul n , exprimer v_n en fonction de n .
4. Au bout de combien d’années la production aura-t-elle dépassé le triple de la production initiale ?
5. Combien d’appareils l’entreprise aura-t-elle produit en 13 ans ?

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + 2n + 2$.

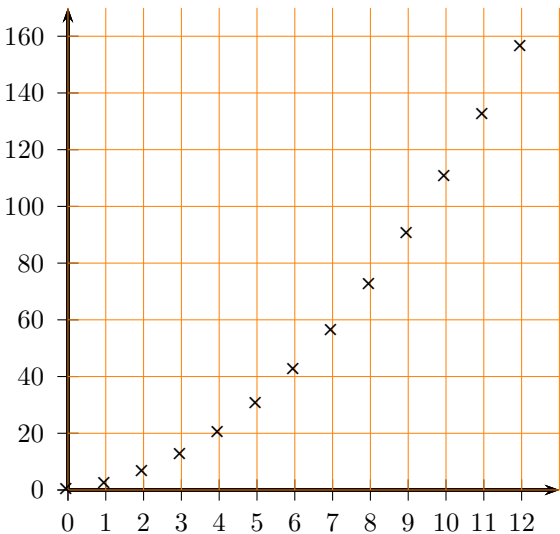
1. Calculer u_1 et u_2 .
2. On considère les deux algorithmes suivants :

Algorithme 1	Algorithme 2
Variables : n est un entier naturel u est un réel	Variables : n est un entier naturel u est un réel
Entrée : Saisir la valeur de n	Entrée : Saisir la valeur de n
Traitement : u prend la valeur 0 Pour i allant de 1 à n : u prend la valeur $u + 2i + 2$ Fin Pour	Traitement : u prend la valeur 0 Pour i allant de 0 à $n - 1$: u prend la valeur $u + 2i + 2$ Fin Pour
Sortie : Afficher u	Sortie : Afficher u

De ces deux algorithmes, lequel permet d’afficher en sortie la valeur de u_n , la valeur de l’entier naturel n étant entrée par l’utilisateur ?

3. À l’aide de l’algorithme, on a obtenu le tableau et le nuage de points ci-dessous où n figure en abscisse et u_n en ordonnée.

n	u_n
0	0
1	2
2	6
3	12
4	20
5	30
6	42
7	56
8	72
9	90
10	110
11	132
12	156



Quelle conjecture peut-on faire quant au sens de variation de la suite (u_n) ?
Démontrer cette conjecture.

4. On définit, pour tout entier naturel n , la suite (v_n) par : $v_n = u_{n+1} - u_n$.
 - (a) Exprimer v_n en fonction de l’entier naturel n . Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
 - (b) On définit, pour tout entier naturel n , $S_n = \sum_{k=0}^n v_k = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

Démontrer que, pour tout entier naturel n , $S_n = (n + 1)(n + 2)$.