

DEVOIR BILAN 1		
Enseignants : GREAU D. SECHER P. Date : 03/11/2015	Nom : Prénom : Classe :	Note : Durée : 2 heures

Exercice 1:

3 points

On considère la suite (u_n) définie par $u_n = \frac{n^3 - n \sin(n)}{n^2 + 1}$ pour tout entier naturel n .

1. Montrer que pour tout entier naturel n : $\frac{n^3 - n}{n^2 + 1} \leq u_n$
2. Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 - n}{n^2 + 1}$
3. Que peut-on en conclure sur la convergence de (u_n) ?

Exercice 2:

5 points

Un laboratoire pharmaceutique propose des tests de dépistage de diverses maladies. Son service de communication met en avant les caractéristiques suivantes :

- la probabilité qu’une personne malade présente un test positif est 0,99 ;
- la probabilité qu’une personne saine présente un test positif est 0,001.

1. Pour une maladie qui vient d’apparaître, le laboratoire élabore un nouveau test. Une étude statistique permet d’estimer que le pourcentage de personnes malades parmi la population d’une métropole est égal à 0,1 %. On choisit au hasard une personne dans cette population et on lui fait subir le test.

On note M l’événement « la personne choisie est malade » et T l’événement « le test est positif ».

- a. Traduire l’énoncé sous la forme d’un arbre pondéré.
- b. Démontrer que la probabilité $P(T)$ de l’événement T est égale à $1,989 \times 10^{-3}$.
- c. L’affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifier la réponse.

Affirmation : « Si le test est positif, il y a moins d’une chance sur deux que la personne soit malade ».

2. Le laboratoire décide de commercialiser un test dès lors que la probabilité qu’une personne testée positivement soit malade est supérieure ou égale à 0,95. On désigne par x la proportion de personnes atteintes d’une certaine maladie dans la population.

A partir de quelle valeur de x le laboratoire commercialise-t-il le test correspondant ?

Exercice 3:

3 points

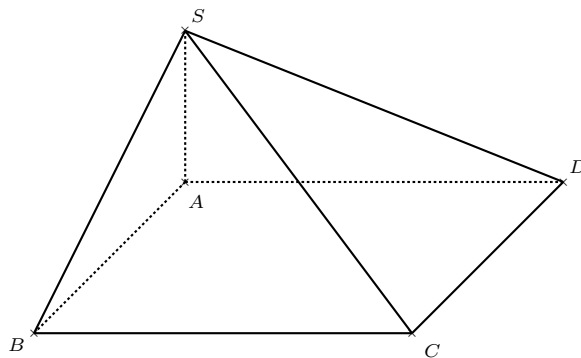
Calculer, en justifiant vos calculs, les limites suivantes :

1. $f_1(x) = -4x^3 + x^2 - 7x$ en $+\infty$.
2. $f_2(x) = \frac{x^2 - x - 1}{2x + 2}$ en -1^+
3. $f_3(x) = \sqrt{\frac{4x^2 + 1}{9x^2 - 1}}$ en $+\infty$

Exercice 4:

3 points

Soit $SABCD$ une pyramide à base rectangulaire telle que $SA = 2$ cm, $AB = 3$ cm, $AD = 4$ cm, $(SA) \perp (AB)$ et $(SA) \perp (AC)$.



1. Placer les points M et N tels que $\overrightarrow{SM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{SD}$ et $\overrightarrow{SN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{SB}$.
2. Déterminer en justifiant votre construction l'intersection de la droite (MN) et du plan (ABC) .
3. Démontrer que $SC = \sqrt{29}$ cm.
4. Dessiner le patron de la pyramide $SABCD$ en justifiant votre tracé.

Exercice 5:

6 points

Un volume constant de 2200 m³ d'eau est réparti entre deux bassins A et B. Le bassin A refroidit une machine. Pour des raisons d'équilibre thermique on crée un courant d'eau entre les deux bassins à l'aide de pompes. On modélise les échanges entre les deux bassins de la façon suivante :

- au départ, le bassin A contient 800 m³ d'eau et le bassin B contient 1400 m³ d'eau ;
- tous les jours, 15 % du volume d'eau présent dans le bassin B au début de la journée est transféré vers le bassin A ;
- tous les jours, 10 % du volume d'eau présent dans le bassin A au début de la journée est transféré vers le bassin B.

Pour tout entier naturel n , on note :

- a_n le volume d'eau, exprimé en m³, contenu dans le bassin A à la fin du n -ième jour de fonctionnement ;
- b_n le volume d'eau, exprimé en m³, contenu dans le bassin B à la fin du n -ième jour de fonctionnement.

On a donc $a_0 = 800$ et $b_0 = 1400$.

1. Par quelle relation entre a_n et b_n traduit-on la conservation du volume total d'eau du circuit ?
2. Justifier que, pour tout entier naturel n , $a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n + 330$.
3. L'algorithme ci-dessous permet de déterminer la plus petite valeur de n à partir de laquelle a_n est supérieur ou égal à 1100. Compléter les parties manquantes.

Variables	: n est un entier naturel a est un réel
Initialisation	: Affecter à n la valeur 0 Affecter à a la valeur 800
Traitement	: Tant que $a < 1100$, faire : Affecter à a la valeur ... Affecter à n la valeur ... Fin Tant que
Sortie	: Afficher n

4. Pour tout entier naturel n , on note $u_n = a_n - 1320$.
 - a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - b. Exprimer u_n en fonction de n .
 - c. En déduire que, pour tout entier naturel n , $a_n = 1320 - 520 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n$.
5. On cherche à savoir si, un jour donné, les deux bassins peuvent avoir, au mètre cube près, le même volume d'eau. Proposer une méthode pour répondre à ce questionnement.

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation