

DEVOIR BILAN 3		
Enseignant : GREAU D. Date : 26/11/2015	Nom : Prénom : Classe :	Note : Durée : 2 heures

Exercice 1:

1 points

Soit (u_n) une suite croissante tel que pour tout entier n , $u_n < 2$. Que peut-on en déduire pour la suite (u_n) ?

Exercice 2:

6 points

L'objectif de cet exercice est de résoudre l'équation ci-dessous :

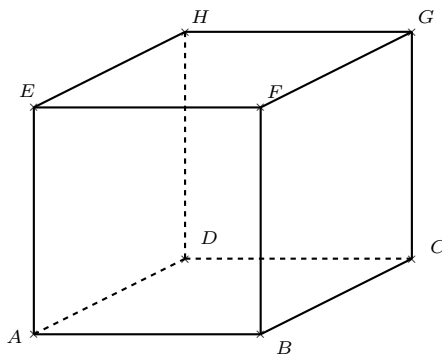
$$\frac{x^3 - 3x^2 - 2x - 1}{x - 1} = 3x$$

1. A l'aide d'un argument graphique que vous donnerez, conjecturer le nombre de solutions de cette équation.
2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 6x^2 + x - 1$
 - a. Déterminer les variations de f .
 - b. En déduire que $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$.
 - c. Donner un encadrement de α à 10^{-3} près.
3. Pour $x \neq 1$, montrer que $\frac{x^3 - 3x^2 - 2x - 1}{x - 1} = 3x \iff f(x) = 0$.
4. En déduire la solution de l'équation initiale.

Exercice 3:

4 points

$ABCDEFGH$ est un cube et l'espace est rapporté au repère $(D; \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DH})$



1. Soit I le milieu de $[AB]$ et J celui de $[EH]$. Déterminer les réels a et b tels que $\overrightarrow{IJ} = a\overrightarrow{AE} + b\overrightarrow{HB}$.
2. Que peut-on en déduire pour les vecteurs $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{HB}$ et $\overrightarrow{IJ}$.
3. Tracer l'intersection du cube $ABCDEFGH$ et du plan (IJC) . Justifier votre construction.

On pourra utiliser la propriété suivante : un plan coupe deux plans parallèles selon deux droites parallèles.

4. En déduire l'intersection du plan (DCG) et de la droite (IJ) .

Exercice 4:

7 points

1. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	k et p sont des entiers naturels u est un réel
Entrée :	Demander la valeur de p
Traitement :	Affecter à k la valeur 0 Affecter à u la valeur 5 Tant que $k < p$ Affecter à u la valeur $0,5(u + k - 3)$ Affecter à k la valeur $k + 1$ Fin de Tant que
Sortie :	Afficher u

Faire fonctionner cet algorithme pour $p = 3$ en indiquant les valeurs des variables à chaque étape.

2. Soit (u_n) la suite définie par son premier terme $u_0 = 5$ et, pour tout entier naturel n par

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + n - 3).$$

a. Modifier l'algorithme de la première partie pour obtenir en sortie toutes les valeurs de u_n pour n variant de 0 à p .

b. A l'aide de l'algorithme modifié, après avoir saisi $p = 4$, on obtient les résultats suivants :

n	0	1	2	3	4
u_n	5	1	-0,5	-0,75	-0,375

Peut-on affirmer, à partir de ces résultats, que la suite (u_n) est décroissante ? Justifier.

c. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 3, $u_{n+1} > u_n$.

d. Que peut-on en déduire quant au sens de variation de la suite (u_n) ?

e. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = \frac{1}{10}u_n - \frac{1}{10}n + \frac{1}{2}$.

i. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$.

ii. Exprimer alors v_n en fonction de n .

f. En déduire que, pour tout entier naturel n ,

$$u_n = 10 \left(\frac{1}{2} \right)^n + n - 5.$$

g. Déterminer alors la limite de la suite (u_n) .

Exercice 5:

2 points

Soient A et B deux événements associés à une expérience aléatoire. On rappelle que :

- $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \overline{A})$
- A et B sont indépendants si et seulement si : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

Démontrer que, si les événements A et B sont indépendants alors les événements $\overline{A}$ et B le sont également.