

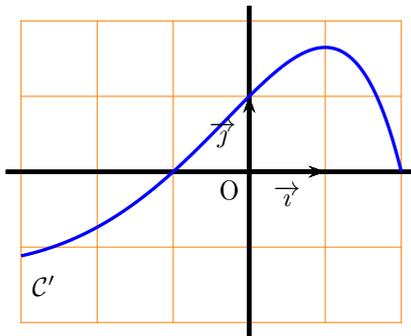
Devoir maison 1

Exercice 1:

6 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On considère une fonction f dérivable sur l'intervalle $[-3; 2]$. On dispose de plus des informations suivantes :

- $f(0) = -1$.
- la dérivée f' de la fonction f admet la courbe représentative \mathcal{C}' ci-dessous.



Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.

1. Pour tout réel x de l'intervalle $[-3, -1]$, $f'(x) \leq 0$.
2. La fonction f est croissante sur l'intervalle $[-1; 2]$.
3. Pour tout réel x de l'intervalle $[-3; 2]$, $f(x) \geq -1$.
4. Soit \mathcal{C} la courbe représentative de la fonction f .

La tangente à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse 0 passe par le point de coordonnées $(1; 0)$.

Exercice 2:

6 points

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 2 \text{ et pour tout } n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{4}{5}u_n - 1.$$

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
2. Démontrer que pour tout entier naturel $n \geq 2$, $u_n \leq 0$.
3. On définit la suite (v_n) par : pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n + 5$
 - a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme.
 - b. En déduire v_n en fonction de n puis u_n en fonction de n .

- c. Déterminer la valeur exacte (sous forme de fraction irréductible) de $\sum_{i=0}^6 v_i$. En déduire la valeur exacte de $\sum_{i=0}^6 u_i$.

Exercice 3:

8 points

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $f(x) = \frac{x^2 - 7x + 10}{2x + 2}$.

1. Déterminer les antécédents de 1 par f .
2. Étudier le signe de f .
3. Résoudre l'inéquation $f(x) > 5$.
4. Déterminer les variations de la fonction f .
5. Donner par observation graphique les limites de la fonction f aux bornes de son domaine de définition.