

Devoir maison 3

Exercice 1:

8 points

Soient $A(-3; -4)$, $B(3; 5)$ et $C(9; 1)$ trois points du plan muni d'un repère orthonormée $(0, I, J)$.

1. Déterminer des équations cartésiennes des droites (AB) et (AC) .
2. Montrer, à l'aide d'un calcul de produit scalaire, que les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.
3. Déterminer une équation cartésienne de la droite perpendiculaire à (AC) passant par B . On la nommera Δ .
4. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites Δ et (AC) . On la nommera D .
5. Déterminer l'aire du triangle ABC .
6. Démontrer que les triangles ABC et ABD sont semblables. En déduire l'aire du triangle ABD .

Exercice 2:

8 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par :

$$f(x) = \frac{-x^3 + 3x - 2}{1 + x^3}$$

1. a. Montrer que pour tout $x \neq -1$,

$$f(x) = -\frac{(x+2)(x-1)^2}{(x+1)(x^2-x+1)}$$

- b. En déduire le signe de f sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
2. Étudier les limites de la fonction f aux bornes de son domaine de définition.
3. En déduire les équations des éventuelles asymptotes à la courbe de la fonction f .
4. a. Montrer que pour tout réel x , $-3(x-1)(2x^2+x+1) = -6x^3 + 3x^2 + 3$
- b. Étudier les variations de la fonction f .
- c. Démontrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Donner une valeur approchée à 10^{-3} de cette solution.

Exercice 3:

4 points

Soit $ABCDEF$ un prisme tel que :

- ABC soit un triangle équilatéral de côté 5 cm ;
- DEF soit un triangle isocèle en F avec $DE = 5$ cm et $DF = 3$ cm ;
- $(AD) \perp (ABC)$, $(AD) \perp (DEF)$ et $AD = 6$.

1. Déterminer le volume de ce solide.
2. Construire le patron de ce solide.
3. Soit G un point du segment $[DF]$ et H un point du segment $[BC]$. Construire sur le patron du solide la section du prisme par la plan (EGH) . Justifier votre tracé.

