Exercice 1: Polynésie 9 septembre 2015

Partie A

On étudie une maladie dans la population d'un pays. On a constaté que le taux, en nanogrammes par millilitre (ng.mL^{-1}), d'une substance Gamma présente dans le sang est plus élevé chez les personnes atteintes de cette maladie que chez les personnes qui n'en sont pas atteintes.

1. Le taux de cette substance Gamma dans la population des personnes qui ne sont pas atteintes par la maladie est modélisé par une variable aléatoire T qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 40$ et d'écart-type $\sigma = 8$. On choisit au hasard une personne parmi celles qui ne sont pas atteintes par la maladie étudiée. Calculer la probabilité que le taux dans le sang de la substance Gamma soit supérieur à $60\,ng.mL^{-1}$.
2. Des études ont mis en évidence que le taux moyen de la substance Gamma chez les personnes atteintes par la maladie étudiée est de $50\,ng.mL^{-1}$ et que $10\,\%$ d'entre elles ont un taux de substance Gamma inférieur à $43\,ng.mL^{-1}$. On appelle T' la variable aléatoire qui modélise le taux de la substance Gamma en $ng.mL^{-1}$ chez une personne atteinte par la maladie étudiée. On admet que T' suit la loi normale d'espérance μ' et d'écart-type σ'. Préciser la valeur de μ' et déterminer la valeur de σ'.

Partie B

Pour dépister chez une personne la maladie étudiée, on effectue une prise de sang. On considère que le dépistage est positif si le taux de la substance Gamma est supérieur ou égal à $45\,ng.mL^{-1}$. Une personne étant choisie au hasard dans la population, on appelle :

- M l'événement « le patient est atteint par la maladie étudiée » ;
- D l'événement « le patient a un dépistage positif ».

On admet que :

- $82\,\%$ des personnes atteintes par la maladie étudiée ont un dépistage positif ;
- $73\,\%$ des personnes non atteintes par cette maladie ont un dépistage négatif.

On sait de plus que $10\,\%$ de la population étudiée est atteinte par cette maladie.

1. Démontrer que la probabilité qu'un patient ait un dépistage positif est de $0,325$.
2. Calculer $P_{\overline{D}}(M)$. Interpréter ce résultat.
3. Un patient a un dépistage positif. Le médecin le rassure en lui indiquant qu'il n'a qu'une chance sur quatre d'avoir contracté la maladie. Qu'en pensez- vous ?

Exercice 2: Antilles-Guyane septembre 2015

Dans un supermarché, on réalise une étude sur la vente de bouteilles de jus de fruits sur une période d'un mois.

- $40\,\%$ des bouteilles vendues sont des bouteilles de jus d'orange ;
- $25\,\%$ des bouteilles de jus d'orange vendues possèdent l'appellation « pur jus ».

Parmi les bouteilles qui ne sont pas de jus d'orange, la proportion des bouteilles de « pur jus » est notée x, où x est un réel de l'intervalle $[0\ ;\ 1]$. Par ailleurs, $20\,\%$ des bouteilles de jus de fruits vendues possèdent l'appellation « pur jus ». On prélève au hasard une bouteille de jus de fruits passée en caisse. On définit les événements suivants :

- R : la bouteille prélevée est une bouteille de jus d'orange ;
- J : la bouteille prélevée est une bouteille de « pur jus ».

Partie A

1. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Déterminer la valeur exacte de x.
3. Une bouteille passée en caisse et prélevée au hasard est une bouteille de « pur jus ». Calculer la probabilité que ce soit une bouteille de jus d'orange.

Partie B

Afin d'avoir une meilleure connaissance de sa clientèle, le directeur du supermarché fait une étude sur un lot des 500 dernières bouteilles de jus de fruits vendues. On note X la variable aléatoire égale au nombre de bouteilles de « pur jus » dans ce lot. On admettra que le stock de bouteilles présentes dans le supermarché est suffisamment important pour que le choix de ces 500 bouteilles puisse être assimilé à un tirage au sort avec remise.

1. Déterminer la loi suivie par la variable aléatoire X. On en donnera les paramètres.
2. Déterminer la probabilité pour qu'au moins 75 bouteilles de cet échantillon de 500 bouteilles soient de « pur jus ». On arrondira le résultat au millième.