

Limite infinie d'une suite

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = \frac{2n+3}{\sqrt{n+1}}$.

1. Démontrer que pour tout entier n , $u_n \geq \sqrt{n}$.
2. En déduire la limite de la suite (u_n) .
3. Déterminer à l'aide d'un tableur, le plus petit indice n tel que :

$$\bullet u_n \geq 50$$

$$\bullet u_n \geq 1000$$

4. Programmer l'algorithme suivant à l'aide du logiciel AlgoBox :

Variable :
 A, n
Algorithme :
 Saisir A
 n reçoit 0
 Tant que $f(n) < A$
 n reçoit $n + 1$
 Fin Tant que
 Afficher « Le premier terme qui dépasse » A « est le terme d'indice » n

5. Qu'effectue cet algorithme?
6. Déterminer à l'aide du logiciel AlgoBox, le plus petit indice n tel que :

$$\bullet u_n \geq 423$$

$$\bullet u_n \geq 934$$

Soit (v_n) la suite définie par $v_0 = 5$ et $v_{n+1} = \sqrt{1,1v_n^2 + 4}$.

7. Conjecturer les variations de la suite (v_n) à l'aide du tableur.
8. Programmer un algorithme à l'aide du logiciel AlgoBox pour déterminer le plus petit indice n tel que $v_n \geq 1789$.
9. Démontrer que la suite (v_n) est croissante.