

Devoir maison 4

Exercice 1:

6 points

Dans cet exercice, on va programmer deux algorithmes sur la calculatrice qui pourront être utiles en devoir.

1. Tester l'algorithme ci-dessous avec $n = 140$. (On écrira tous les calculs)

```

Entrée :      n et d sont des nombres
Initialisation : Lire n
                d prend la valeur 2
Traitement :  Tant que n > 1 faire
                Si d est un diviseur de n alors
                    Afficher d
                    n prend la valeur n/d
                Sinon
                    d prend la valeur d + 1
                Fin Si
            Fin Tant que
  
```

2. Expliquer ce que fait cet algorithme puis programmer-le sur votre calculatrice.

3. Tester l'algorithme ci-dessous avec $n = 140$. (On écrira tous les calculs)

```

Entrée :      i et n sont des nombres
Initialisation : Lire n
Traitement :  Pour i de 1 à E(√n) faire
                Si i est un diviseur de n alors
                    Afficher i
                    Si n/i est différent de i alors
                        Afficher n/i
                    Fin Si
                Fin Si
            Fin Pour
  
```

4. Expliquer ce que fait cet algorithme puis programmer-le sur votre calculatrice.

Exercice 2:

10 points

Pour n entier naturel, on considère le nombre $N = n^4 + 4$.

Ces nombres sont dits de « Sophie Germain » et on se demande s'il existe des valeurs de n pour lesquelles N est premier.

1. a. Montrer que si n est un multiple de 10 alors N est multiple de 4.

b. En utilisant un tableau de congruences, montrer que N est multiple de 5 si et seulement si n n'est pas multiple de 5.

c. A quelle(s) condition(s) sur n le nombre N peut-il être premier ?

d. Les valeurs obtenues pour N lorsque $n = 5$; 15 et 25 sont-elles des nombres premiers ?

2. a. Démontrer l'identité de Sophie Germain :

$$n^4 + 4m^4 = (n^2 + 2m^2 + 2mn)(n^2 + 2m^2 - 2mn)$$

b. En déduire une factorisation de N pour n multiple de 5.

c. Conclure sur la primalité des nombres de « Sophie Germain ».

3. Donner en quelques lignes la biographie de Sophie Germain.

Exercice 3:

4 points

Résoudre les trois systèmes ci-dessous :

$$\begin{cases} 2x - 4y = 2 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2x + 4y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x + 6y = 2 \\ -14x - 12y = 1 \end{cases}$$