

## Divisibilité dans $\mathbb{Z}$

1. Quel est le nom et la définition de l'ensemble de nombre  $\mathbb{Z}$ <sup>1</sup> ?

**Définition:**

Soient  $a$  et  $b$  deux entiers relatifs. On dit que  $b$  divise  $a$  lorsqu'il existe  $k$  entier relatif, c'est à dire  $k \in \mathbb{Z}$  tel que :

$$a = kb$$

On dit aussi que  $b$  est un **diviseur** de  $a$  ou que  $a$  est un **multiple** de  $b$ .

2. Donner la liste des diviseurs entiers relatifs de  $-12$ , de  $32$ , de  $-70$ , de  $0$  et de  $-5$ .
3. Donner la liste des diviseurs entiers naturels de  $1$ , de  $7$  et de  $12$ .

**Propriété:**

Pour tous entiers relatifs  $a$ ,  $b$  et  $c$  :

- si  $a$  divise  $b$  et  $b$  divise  $c$  alors  $a$  divise  $c$ .
- si  $a$  divise  $b$  et  $a$  divise  $c$  alors  $a$  divise les entiers de la forme  $mb + nc$  avec  $m$  et  $n$  entiers.

4. Démontrer la propriété ci-dessus.
5. Soit  $a \in \mathbb{Z}$  tel que  $a$  divise  $3n + 8$  et  $n + 2$  pour tout entier naturel  $n$ . Démontrer que  $a$  divise  $2$ . En déduire les valeurs possibles de  $a$ .
6. On considère un triangle rectangle dont les longueurs sont entières et dont l'un des côtés de l'angle droit mesure  $6$ . Déterminer les longueurs des deux autres côtés.

---

1.  $\mathbb{Z}$  est la première lettre de *Zahlen* qui veut dire nombre en allemand.