

Nombres premiers

1. Rappeler la définition d'un nombre premier.
2. Donner la liste des nombres premiers inférieurs à 20.

Propriété:

Soit $n \geq 2$ un entier naturel. Si aucun des entiers premiers compris entre 2 et \sqrt{n} ne divise n alors n est premier.

3. 287 est-il un nombre premier ? 317 est-il un nombre premier ?
4. On va utiliser le crible d'Eratosthène¹ pour déterminer tous les nombres premiers inférieurs à 250. Pour cela on dispose d'une grille contenant les nombres entiers compris entre 1 et 250.
 - On barre le nombre 1 puisqu'il n'est pas premier. On entoure le nombre 2 qui est premier puis on barre tous les multiples de 2 autres que 2 ;
 - On passe au nombre qui suit 2 et qui n'est pas barré (c'est à dire 3), on l'entoure et on barre tous les multiples de 3 autres que 3 ;
 - On continue ainsi avec les nombres suivants.
5. Démontrer que les nombres entourés sont des nombres premiers ;
6. Pourquoi suffit-il de barrer dans la liste les multiples des nombres premiers inférieurs à 13 ?
7. Le programme ci-dessous permet d'afficher la liste de nombres premiers inférieurs ou égaux à un nombre n donné. Son fonctionnement est le suivant :
 - Dans un premier temps, le programme créer la liste des nombres de 1 à n ;
 - Ensuite, pour tous les nombres i inférieurs ou égaux à la partie entière de \sqrt{n} , il remplace par 0 tous les nombres divisible par i strictement plus grand que i ;
 - A la fin, le programme affiche tous les nombres de la liste initiale qui n'ont pas été remplacés par 0.

Compléter ce programme pour qu'il donne la liste des nombres premiers inférieurs ou égaux à n .

```

1  VARIABLES
2  i EST_DU_TYPE NOMBRE
3  j EST_DU_TYPE NOMBRE
4  L EST_DU_TYPE LISTE
5  n EST_DU_TYPE NOMBRE
6  DEBUT_ALGORITHME
7  LIRE ...
8  POUR i ALLANT_DE 1 A n
9    DEBUT_POUR
10   L[i] PREND_LA_VALEUR ...
11   FIN_POUR
12  POUR i ALLANT_DE 2 A ...
13    DEBUT_POUR
14     POUR j ALLANT_DE ... A n
15       DEBUT_POUR
16         SI ..... ALORS
17           DEBUT_SI
18             L[j] PREND_LA_VALEUR 0
19             FIN_SI
20         FIN_POUR
21     FIN_POUR
22  POUR i ALLANT_DE 2 A n
23    DEBUT_POUR
24     SI (L[i] != 0) ALORS
25       DEBUT_SI
26         AFFICHER ...
27       FIN_SI
28     FIN_POUR
29  FIN_ALGORITHME

```

8. Entrer ce programme dans le logiciel Albox pour obtenir la liste des nombres premiers inférieurs ou égaux à 500.
9. Démontrer que l'ensemble des nombres premiers est infini.

1. (276 à 194 av. J.-C.) ; astronome, géographe, philosophe et mathématicien grec, est célèbre pour être le premier dont la méthode de mesure de la circonférence de la Terre soit connue.