Chapitre 6: Suites de matrices

Définition:
On dit que (U_n) *est* ***une suite de matrices colonnes de taille*** p *lorsque les* p *coefficients de la matrice* U_n *sont des termes de suites numériques.*

Exemple:
(U_n) *est la suite de matrices colonnes de taille* 3 *de terme général* $U_n = \begin{pmatrix} 2^n \\ 3+4n \\ -n^2+4 \end{pmatrix}$ *pour tout entier* n*.*
On a par exemple $U_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ *et* $U_3 = \begin{pmatrix} 8 \\ 15 \\ -5 \end{pmatrix}$.

Propriété:
Soit une suite de matrices colonnes (U_n) *de taille* p *définie par la relation de récurrence* $U_{n+1} = A \times U_n$ *pour tout entier naturel* n*, où* A *est une matrice carrée d'ordre* p*. Alors, pour tout entier naturel* n *:*

$$U_n = A^n U_0$$

Propriété:
Soit une suite de matrices colonnes (U_n) *de taille* p *définie par la relation de récurrence* $U_{n+1} = A \times U_n + B$ *pour tout entier naturel* n*, où* A *est une matrice carrée d'ordre* p *et* B *est une matrice colonne de taille* p*. S'il existe une matrice colonne* C *de taille* p *telle que* $C = AC + B$ *alors pour tout entier naturel* n *:*

$$U_n = A^n (U_0 - C) + C$$

Remarque:
Si $I_p - A$ *est inversible alors* $C = (I_p - A)^{-1} B$