Corrigé

Exercice 1:

1. Ω est composé de 36 couples de deux nombres qui correspondent chacun à une équation.
2. a. Une équation du seconde degré a 0 ; 1 ou 2 solutions donc $X(\Omega) = \{0; 1; 2\}$.
   b. A l'aide du calcul du discriminant pour les 36 équations, on obtient :

i	0	1	2
$P(X=i)$	$\frac{17}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{17}{36}$

   c. $E(X) = \sum_{i=0}^{2} [iP(X=i)] = 1$ et $V(X) = \sum_{i=0}^{2} \left[(i - E(X))^2 P(X=i)\right] = \frac{34}{36}$

Exercice 2:

1. Une expérience à deux issues, succès ou échec, est appelée « épreuve de Bernoulli » donc l'expérience aléatoire suivante est une épreuve de Bernoulli.
2. $X(\Omega) = \{0; 1\}$ et

i	0	1
$P(X=i)$	$\frac{6}{10}$	$\frac{4}{10}$

3. $E(X) = \sum_{i=0}^{1} [iP(X=i)] = \frac{4}{10}$ et $V(X) = \sum_{i=0}^{1} \left[(i - E(X))^2 P(X=i)\right] = \frac{24}{100}$

Exercice 3:

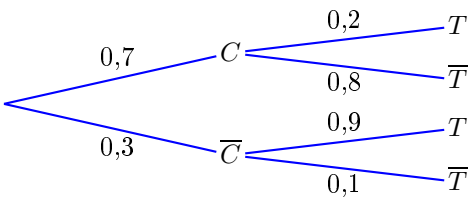
1. L'expérience aléatoire suivante n'est pas une épreuve de Bernoulli, c'est une succession de cinq épreuve de Bernoulli indépendante !
2. L'arbre contient à la fin $2^5 = 32$ branches !
3. Tableau :

i	0	1	2	3	4	5
probabilité d'un branche qui mène à i succès	$0,75^5$	$0,75^4 \times 0,25$	$0,75^3 \times 0,25^2$	$0,75^2 \times 0,25^3$	$0,75 \times 0,25^4$	$0,25^5$
nombre de branches qui mène à i succès	1	5	10	10	5	1
$P(X=i)$	0,237	0,396	0,264	0,088	0,015	0,01

4. La probabilité d'obtenir exactement deux succès est $P(X=2) = 0,264$
5. La probabilité d'obtenir au plus deux succès est $P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = 0,897$
6. La probabilité d'obtenir au moins deux succès est $P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) = 0,367$
7. $E(X) = \sum_{i=0}^{5} [iP(X=i)] = 1,25$ et $V(X) = \sum_{i=0}^{5} \left[(i - E(X))^2 P(X=i)\right] = 0,9375$

Exercice 4:

1. Arbre :



2. La probabilité que le terrain soit occupé et que l'heure soit creuse est :

$$\begin{aligned} P(C \cap T) &= P(C) \times P_C(T) \\ &= 0,7 \times 0,2 \\ &= 0,14 \end{aligned}$$

3. La probabilité que le terrain soit occupé est d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(T) &= P(C \cap T) + P(\overline{C} \cap T) \\ &= 0,7 \times 0,2 + 0,3 \times 0,9 \\ &= 0,41 \end{aligned}$$

4. La probabilité que l'heure soit pleine, sachant que le terrain est occupé est :

$$\begin{aligned} P_T(\overline{C}) &= \frac{P(\overline{C} \cap T)}{P(T)} \\ &= \frac{0,3 \times 0,9}{0,41} \\ &\simeq 0,6585 \end{aligned}$$

5. a. $X(\Omega) = \{0; 1\}$ et

x_i	0	6	10
$P(X = x_i)$	0,59	0,14	0,27

b. $E(X) = 0 \times P(X = 0) + 6 \times P(X = 6) + 10 \times P(X = 10) = 3,54$
$V(X) = (0 - 3,54)^2 \times P(X = 0) + (6 - 3,54)^2 \times P(X = 6) + (10 - 3,54)^2 \times P(X = 10) = 19,5084$