Corrigé

Exercice 1:

$$F_1(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + 2x - \frac{29}{3}$$
$$F_2(x) = 2 - \frac{1}{1+x+x^2}$$
$$F_3(x) = \frac{1}{2}e^{x^2} - \frac{1}{2}e + 1$$
$$F_4(x) = 2\sqrt{x^2+1} - 2\sqrt{17}$$

Exercice 2:

$$\int_0^3 x^3 \mathtt{d}x = \left[\frac{x^4}{4}\right]_0^3 = \frac{81}{4} \qquad \int_0^2 e^t \mathtt{d}t = \left[e^t\right]_0^2 = e^2 - 1 \qquad \int_1^2 \frac{1}{v^2}\mathtt{d}v = \left[-\frac{1}{v}\right]_1^2 = \frac{1}{2}$$

Exercice 3:
Par linéarité, on obtient :

$$A = 2\int_{-1}^1 x(1+x+x^2)^5\mathtt{d}x + \int_{-1}^1 (1+x+x^2)^5\mathtt{d}x = \int_{-1}^1 (1+2x)(1+x+x^2)^5\mathtt{d}x = \left[\frac{(1+x+x^2)^6}{6}\right]_{-1}^1 = \frac{364}{3}$$
$$B = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 2xcos^2(x)\mathtt{d}x - 2\int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + xcos(x))\, cos(x)\mathtt{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{4}} -2cos(x)\mathtt{d}x = [-2sin(x)]_0^{\frac{\pi}{4}} = -\sqrt{2}$$

Exercice 4:

1. $\Phi'(x) = e^{-x^2} > 0$ sur $\mathbb{R}^+$ donc Φ est croissante sur $\mathbb{R}^+$.
2. Il suffit de prendre sa calculatrice...
3. $\lim\limits_{x\to+\infty} \Phi(x) \simeq 0,89$. La valeur exacte est $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$!

Exercice 5:
Attention au signe de f ! Après étude du signe de f, on en déduit que l'aire cherchée est donnée par :

$$-\int_0^1 f(x)\mathtt{d}x + \int_1^2 f(x)\mathtt{d}x - \int_2^3 f(x)\mathtt{d}x + \int_3^4 f(x)\mathtt{d}x$$

On obtient une valeur de 5 u.a.

Exercice 6:
Dans un premier temps on cherche les valeurs de x tels que :

$$x + sin(x) = x - sin(x) \iff 2sin(x) = 0 \iff sin(x) = 0$$

Les deux courbes s'intersectent donc en $-\pi$, 0 et π. L'aire colorié est alors donnée par :

$$\int_{-\pi}^0 (x - sin(x)) - (x + sin(x))\mathtt{d}x + \int_0^{\pi} (x + sin(x)) - (x - sin(x))\mathtt{d}x$$

On obtient une valeur de 8 u.a.