

Corrigé

Exercice 1:

$$1. \mathcal{D} : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + t \\ z = 2 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$2. (BC) : \begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + 5t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

Exercice 2:

$$1. \mathcal{P} : 2x - 3y + 4z - 1 = 0$$

2. $\overrightarrow{AB}(-1; -4; 1)$ et $\overrightarrow{AC}(-3; 1; 2)$ ne sont pas colinéaires donc A , B et C définissent un plan. Il reste à trouver un vecteur $\vec{n}(a; b; c)$ normal au plan donc orthogonal à $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. On obtient un système à deux équations ($-a - 4b + c = 0$ et $-3a + b + 2c = 0$) et trois inconnues (a , b et c) dont $(9; 1; 13)$ est une solution donc $(ABC) : 9x + y + 13z - 38 = 0$.

Exercice 3:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC}) \text{ donc } \cos(\widehat{BAC}) = \frac{1}{6\sqrt{7}} \text{ d'où } \widehat{BAC} \simeq 86,4^\circ$$

Exercice 4:

$$\text{Le système } \begin{cases} 1 + 2t = 5 + 4t' \\ -1 - 3t = 9 + 2t' \\ 3 + 4t = 5 + 5t' \end{cases} \text{ admet pour unique solution } t = t' = -2 \text{ donc } \mathcal{D} \text{ et } \mathcal{D}' \text{ sont sécantes en } I(-3; 5; -5).$$

Exercice 5:

Les plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ ont des vecteurs normaux $\vec{n}_1(2; -5; 2)$ et $\vec{n}_2(1; 1; -2)$ non-colinéaires donc ces plans s'intersectent en une droite Δ .

En résolvant le système composé des deux équations cartésiennes des plans, on démontre que les plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ sont sécants

$$\text{en une droite } \Delta \text{ dont une représentation paramétrique est } \begin{cases} x = 1 + \frac{4}{3}t \\ y = t \\ z = -\frac{1}{2} + \frac{7}{6}t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

Exercice 6:

Le vecteur directeur $\vec{u}(2; -3; 4)$ de la droite $\mathcal{D}$ est orthogonal au vecteur normal $\vec{n}(-1; 2; 2)$ du plan $\mathcal{P}$ et le point $A(1; -1; 3)$ de la droite $\mathcal{D}$ n'appartient pas au plan $\mathcal{P}$ donc la droite et le plan sont strictement parallèles (et n'ont donc pas d'intersection).

Exercice 7:

En résolvant le système composé des trois équations cartésiennes des plans, on démontre que les plans $\mathcal{P} : 2x - 5y + 2z - 1 = 0$,

$$\mathcal{P}' : x + y - 2z - 2 = 0 \text{ et } \mathcal{P}'' : 6x + y - 3z + 2 = 0 \text{ s'intersectent en } \left(-\frac{43}{33}; -\frac{19}{11}; -\frac{83}{33}\right).$$