

Corrigé

Exercice 1:

1. $u_3 = u_0 + 3r$ donc $u_0 = 11$ et $u_{10} = u_0 + 10r$ donc $u_{10} = -19$.
2. (u_n) est une suite arithmétique de raison $r < 0$ donc (u_n) est décroissante.
3. $S_8 = 9 \times \frac{u_0 + u_8}{2}$ donc $S_8 = -9$

Exercice 2:

$u_5 = 4$ donc $4 = u_0 + 5r$ et $S_5 = 13$ donc $13 = 6 \times \frac{2u_0 + 5r}{2}$ soit $\frac{13}{3} = 2u_0 + 5r$.

On obtient en résolvant le système : $\begin{cases} 4 = u_0 + 5r \\ \frac{13}{3} = 2u_0 + 5r \end{cases}$ que $u_0 = \frac{1}{3}$ et $r = \frac{11}{15}$.

Exercice 3:

On remarque que $S = \sum_{i=0}^{10} u_i$ où (u_n) est une suite arithmétique de raison 2 et de premier terme $\frac{1}{2}$ donc après calculs on obtient que $S = \frac{231}{2}$.

Exercice 4:

1. $u_5 = q \times u_4$ donc $q = \frac{u_5}{u_4}$ soit $q = \frac{3}{4}$. Ainsi $u_4 = u_0 \times \left(\frac{3}{4}\right)^4$ soit $u_0 = \frac{u_4}{\left(\frac{3}{4}\right)^4} = \frac{128}{81}$. $u_{11} = u_5 \times \left(\frac{3}{4}\right)^6$ donc $u_{11} = \frac{2187}{32768}$
2. (u_n) est une suite géométrique de raison $0 < q < 1$ donc (u_n) est décroissante.
3. $\sum_{i=0}^8 u_i = \frac{242461}{41472}$.

Exercice 5:

On remarque que $S = \sum_{i=0}^{12} u_i$ où (u_n) est une suite géométrique de raison 2 et de premier terme $\frac{1}{4}$ donc après calculs on obtient que $S = \frac{8191}{4}$.

Exercice 6:

Pour tout réel $x \in [0; +\infty[$, $f : x \mapsto -x^2 - 2x - 11$ est décroissante donc la suite (u_n) de terme général $u_n = f(n)$ est décroissante.

Exercice 7:

(v_n) est une suite géométrique de premier terme $v_0 > 0$ et de raison $q > 1$ donc (v_n) est croissante.

Exercice 8:

Pour tout entier n , $w_{n+1} - w_n = -2n^2$ et $-2n^2 \geq 0$ pour $n \in \mathbb{N}$ donc la suite (w_n) est décroissante.

Exercice 9:

1. $u_1 = 11$, $u_2 = 32$ et $u_3 = 95$.
2. a. On a : $v_{n+1} = u_{n+1} - \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = 3u_n - 1$ donc

$$v_{n+1} = 3u_n - 1 - \frac{1}{2} \Leftrightarrow v_{n+1} = 3u_n - \frac{3}{2} \Leftrightarrow v_{n+1} = 3\left(u_n - \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow v_{n+1} = 3v_n$$

La suite (v_n) est donc géométrique de raison $q = 3$ et de premier terme $v_0 = u_0 - \frac{1}{2}$ soit $v_0 = \frac{7}{2}$.

- b. Pour tout entier n : $v_n = v_0 \times 2^n = 7 \times 2^{n-1}$ et comme $v_n = u_n - \frac{1}{2}$, pour tout entier n : $u_n = \frac{1}{2} + 7 \times 2^{n-1}$
3. $S_{10} = \frac{620011}{2}$