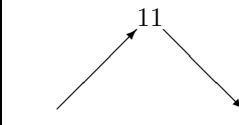


Corrigé

Exercice 1:

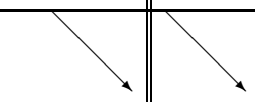
1. f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = -2x + 6$ est une fonction affine avec $a < 0$ qui s'annule en 3 donc :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

2. f est un polynôme du second degré avec $a < 0$ et $-\frac{b}{2a} = 3$ donc f est croissante sur $]-\infty; 3]$ et décroissante sur $[3; +\infty[$.
3. f est un polynôme du second degré avec $a < 0$ donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.

Exercice 2:

1. g est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ et $g'(x) = \frac{-24}{(2x+6)^2}$ donc :

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$g'(x)$	-		-
$g(x)$			

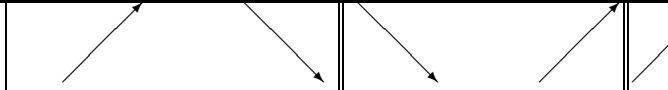
2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\frac{1}{2}$; $\lim_{x \rightarrow -3^-} g(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -3^+} g(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\frac{1}{2}$.
3. La courbe de la fonction g admet une asymptote verticale d'équation $x = -3$ et une asymptote horizontale en $-\infty$ et $+\infty$ d'équation $y = -\frac{1}{2}$.

Exercice 3:

1. $x^2 - 4 = 0 \iff x^2 = 4 \iff x \in \{-2; 2\}$ donc k est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

De plus, $k'(x) = \frac{x^2 + 6x + 4}{(x^2 - 4)^2}$. Comme $(x^2 - 4)^2 > 0$ sur $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$, $k'(x)$ est du signe de $x^2 + 6x + 4$ sur $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

Ce polynôme du second degré admet après étude du discriminant les racines suivantes : $-3 - \sqrt{5}$ et $-3 + \sqrt{5}$ et comme $a > 0$, on a :

x	$-\infty$	$-3 - \sqrt{5}$	-2	$-3 + \sqrt{5}$	2	$+\infty$
$k'(x)$	+	0	-	-	0	+
$k(x)$						

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} k(x) = -1$; $\lim_{x \rightarrow -2^-} k(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} k(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} k(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} k(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} k(x) = -1$.
3. La courbe de la fonction k admet deux asymptotes verticales d'équation $x = -2$ et $x = 2$. De plus, la courbe de la fonction k admet une asymptote horizontale en $-\infty$ et $+\infty$ d'équation $y = -1$.

Exercice 4:

1. $x^2 + 5x + 6 = 0 \iff x \in \{-2; -3\}$ donc h est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-3; -2\}$.

De plus, $h'(x) = \frac{8x^2 + 26x + 17}{(x^2 + 5x + 6)^2}$. Comme $(x^2 + 5x + 6)^2 > 0$ sur $\mathbb{R} \setminus \{-3; -2\}$, $h'(x)$ est du signe de $8x^2 + 26x + 17$ sur $\mathbb{R} \setminus \{-3; -2\}$.

Ce polynôme du second degré admet après étude du discriminant les racines suivantes : $\frac{-13 - \sqrt{33}}{8}$ et $\frac{-13 + \sqrt{33}}{8}$ et comme $a > 0$, on a :

x	$-\infty$	-3	$\frac{-13 - \sqrt{33}}{8}$	-2	$\frac{-13 + \sqrt{33}}{8}$	$+\infty$
$h'(x)$		+	+	-	-	+
$h(x)$						

2. Sur $\mathbb{R} \setminus \{-3; -2\}$,

$$h(x) = 10 \iff 2x^2 + 2x - 1 = 10x^2 + 50x + 60 \iff -8x^2 - 48x - 61 = 0 \iff x \in \left\{ \frac{-12 - \sqrt{22}}{4}; \frac{-12 + \sqrt{22}}{4} \right\}$$

3. Sur $\mathbb{R} \setminus \{-3; -2\}$,

$$h(x) < 5 \iff \frac{2x^2 + 2x - 1}{x^2 + 5x + 6} - 5 < 0 \iff \frac{2x^2 + 2x - 1 - 5x^2 - 25x - 30}{x^2 + 5x + 6} < 0 \iff \frac{-3x^2 - 23x - 31}{x^2 + 5x + 6} < 0$$

On étudie le signe de $\frac{-3x^2 - 23x - 31}{x^2 + 5x + 6}$:

x	$-\infty$	$\frac{-23 - \sqrt{157}}{6}$	-3	-2	$\frac{-23 + \sqrt{157}}{6}$	$+\infty$
$-3x^2 - 23x - 31$	-	0	+	+	0	-
$x^2 + 5x + 6$	+	+	0	0	+	+
$\frac{-3x^2 - 23x - 31}{x^2 + 5x + 6}$	-	+	0	0	+	-

On en déduit que $h(x) < 5$ pour $x \in \left] -\infty; \frac{-23 - \sqrt{157}}{6} \right[\cup] -3; -2[\cup \left] \frac{-23 + \sqrt{157}}{6}; +\infty \right[$

4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow -3^-} h(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -3^+} h(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^-} h(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} h(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 2$
5. La courbe de la fonction h admet deux asymptotes verticales d'équation $x = -3$ et $x = -2$. De plus, la courbe de la fonction h admet une asymptote horizontale en $-\infty$ et $+\infty$ d'équation $y = 2$.

Exercice 5:

$$f : x \mapsto \frac{-3x + 1}{x - 2}$$