

Exercice 1:

On interroge des français de plus de 15 ans sur le nombre de langues étrangères qu'ils parlent « bien », c'est-à-dire qu'ils parlent suffisamment bien pour participer à une conversation. À l'issue du sondage, on observe que l'échantillon des personnes interrogées est partagé en trois catégories :

- 44 % des personnes interrogées ne parlent « bien » aucune langue étrangère.
- 28 % des personnes interrogées parlent « bien » une langue étrangère.
- 28 % des personnes interrogées parlent « bien » deux ou plus de deux langues étrangères.

(d'après EUROBAROMÈTRE 64.3 Commission Européenne 2005)

Ces trois catégories seront désignées dans la suite du problème respectivement par L_0 , L_1 et L_2+ .

56 % des personnes de la catégorie L_1 citent l'anglais comme la langue étrangère qu'elles parlent « bien ».

73 % des personnes de la catégorie L_2+ citent l'anglais parmi les langues étrangères qu'elles parlent « bien ».

On choisit de manière aléatoire une personne de cet échantillon.

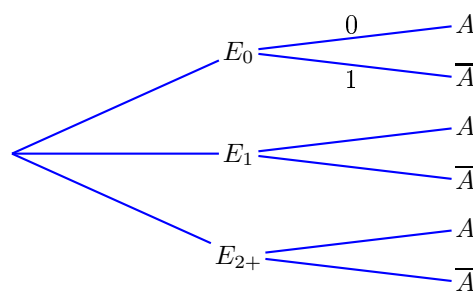
On note : E_0 l'évènement : « la personne ne parle bien aucune langue étrangère »,

E_1 l'évènement : « la personne parle bien une langue étrangère »,

E_{2+} l'évènement : « la personne parle bien deux ou plus de deux langues étrangères »,

A est l'évènement : « la personne parle bien l'anglais » et $\bar{A}$ l'évènement contraire de A .

1. Compléter l'arbre pondéré suivant pour qu'il traduise les données de l'expérience aléatoire décrite dans l'énoncé :



Dans la suite de l'exercice les résultats seront donnés, éventuellement arrondis, au dix millième.

2. Calculer la probabilité que la personne choisie soit de la catégorie L_1 et qu'elle ne parle pas « bien » l'anglais.
3. Calculer la probabilité que la personne choisie ne parle pas « bien » l'anglais.
4. Calculer la probabilité que la personne soit de la catégorie L_2+ sachant qu'elle parle « bien » l'anglais.

Exercice 2:

On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes.

On considère les événements :

A : « la carte tirée est un roi »

B : « la carte tirée est un pique »

Les événements A et B sont-ils indépendants ?

Exercice 3:

Une usine de d'horlogerie fabrique une série de montres. Au cours de la fabrication peuvent apparaître deux types de défauts, désignés par d_1 et d_2 ; 2 % des montres ont le défaut d_1 et 10 % le défaut d_2 . Une montre est tirée au hasard dans la production.

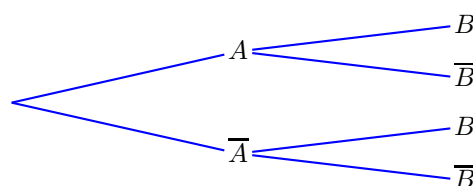
On définit les événements suivants : A : « la montre présente le défaut d_1 »

B : « la montre présente le défaut d_2 »

C : « la montre présente un et un seul des deux défauts »

On suppose que les événements A et B sont indépendants.

1. Compléter l'arbre de probabilité suivant :



2. Quelle est la probabilité que la montre ne présente aucun défaut ?
3. Calculer la probabilité de C .

Exercice 4:

Un propriétaire d'une salle louant des terrains de squash s'interroge sur le taux d'occupation de ses terrains. Sachant que la location d'un terrain dure une heure, il a classé les heures en deux catégories : les heures pleines (soir et week-end) et les heures creuses (le reste de la semaine). Dans le cadre de cette répartition, 70 % des heures sont creuses.

Une étude statistique sur une semaine lui a permis de s'apercevoir que :

- lorsque l'heure est creuse, 20 % des terrains sont occupés ;
- lorsque l'heure est pleine, 90 % des terrains sont occupés.

On choisit un terrain de la salle au hasard. On notera les événements :

- C : « l'heure est creuse »
- T : « le terrain est occupé »

1. Représenter cette situation par un arbre de probabilités.
2. Déterminer la probabilité que le terrain soit occupé et que l'heure soit creuse.
3. Déterminer la probabilité que le terrain soit occupé.
4. Calculer la probabilité que l'heure soit pleine, sachant que le terrain est occupé.

Exercice 5:

Un joueur débute un jeu vidéo et effectue plusieurs parties successives.

On admet que :

- la probabilité qu'il gagne la première partie est de 0,1 ;
- s'il gagne une partie, la probabilité de gagner la suivante est égale à 0,8 ;
- s'il perd une partie, la probabilité de gagner la suivante est égale à 0,6.

On note, pour tout entier naturel n non nul :

- G_n l'événement « le joueur gagne la n -ième partie » ;
- p_n la probabilité de l'événement G_n .

On a donc $p_1 = 0,1$.

1. Montrer que $p_2 = 0,62$. On pourra s'aider d'un arbre pondéré.
2. Le joueur a gagné la deuxième partie. Calculer la probabilité qu'il ait perdu la première.
3. Calculer la probabilité que le joueur gagne au moins une partie sur les trois premières parties.
4. Montrer que pour tout entier naturel n non nul, $p_{n+1} = \frac{1}{5}p_n + \frac{3}{5}$.
5. Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n non nul, $p_n = \frac{3}{4} - \frac{13}{4} \left(\frac{1}{5}\right)^n$.