

# Loi uniforme et espérance

## Exercice 1:

Une variable aléatoire  $X$  suit une **loi uniforme** sur  $[a; b]$  lorsque sa densité  $f$  est la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } x \in [a; b] \\ 0 & \text{si } x \notin [a; b] \end{cases}$$

1. Montrer que  $f$  est bien une densité de probabilité.
2. Tracer la courbe de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
3. Déterminer  $P(c \leq X \leq d)$  pour  $c$  et  $d$  deux réels de l'intervalle  $[a; b]$ .

## Exercice 2:

A partir de 7 heures, les bus passent toutes les quinze minutes à un arrêt  $A$ . Un usager se présente en  $A$  entre 7 h 00 et 7 h 30. On fait l'hypothèse que la durée de 7 h 00 à l'heure d'arrivée en  $A$  est une variable aléatoire  $X$  suivant la loi uniforme sur l'intervalle  $[0; 30]$ . Quelle est la probabilité qu'il attende le prochain bus :

1. moins de cinq minutes ?
2. plus de 10 minutes ?

## Exercice 3:

Deux amis, Sofiane et Yanis, se donnent rendez-vous entre 19h30 et 20h30 dans un bar. Sofiane décide d'arriver à 20h00, Yanis arrive par contre au hasard entre 19h30 et 20h30 ?

1. Quelle est la loi de la variable aléatoire  $X$  égale à l'heure d'arrivée de Yanis ?
2. Calculer la probabilité que Yanis arrive avant Sofiane ?
3. Calculer la probabilité que Sofiane attende plus d'un quart d'heure ?

## Exercice 4:

Olivier et Karine décident de se retrouver au café de l'hôtel de Ville entre 7h00 et 8h00. Les instants arrivée d'Olivier et Karine sont assimilés à des variables aléatoires de loi uniforme sur  $[0; 1]$ . Chacun attend un quart d'heure mais jamais au-delà de 8h00. Quelle est la probabilité qu'ils se rencontrent ?

## Exercice 5:

On définit l'espérance mathématique d'une variable aléatoire  $X$  dont la densité de probabilité  $f$  est définie sur un intervalle fermé  $[a; b]$  par :

$$E(X) = \int_a^b xf(x)dx$$

1. Déterminer l'espérance d'une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle  $[a; b]$ .
2. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire  $X$  qui a pour densité la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \in [0; 1] \\ 0 & \text{si } x \notin [0; 1] \end{cases}$$