

Limite en un réel a

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ par $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 3}$.

- Déterminer les variations de la fonction f sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.
- a. De quelle valeur se rapproche $f(x)$ lorsque x se rapproche de 5 ?
b. Déterminer à l'aide de votre calculatrice un réel α tel que pour tout x appartenant à $]5 - \alpha; 5 + \alpha[$ on a : $|f(x) - 6| < 10^{-2}$.

Définition:

On dit que la limite de f en a est l si, $f(x)$ peut-être rendu aussi proche de l que l'on veut, à condition que x soit suffisamment proche de a et on note :

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$$

- a. Que peut-on en déduire pour $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$?
d. A quoi correspond 6 pour f ?
e. Déterminer $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$.
- a. Déterminer à l'aide de votre calculatrice un réel γ tel que pour tout x appartenant à $]3; 3 + \gamma[$ on a : $10^3 < f(x)$.

Définition:

On dit que f a pour limite $+\infty$ en a si tout intervalle $]A; +\infty[$ contient toutes les valeurs $f(x)$ pour x assez proche de a . On note :

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$$

- b. Que peut-on en déduire pour $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$?
- a. Déterminer à l'aide de votre calculatrice un réel β tel que pour tout x appartenant à $]3 - \beta; 3[$ on a : $f(x) < -10^3$.
b. Que peut-on en déduire pour $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$?
- Tracer à l'aide de votre calculatrice la courbe de la fonction f .
- Quelle interprétation graphique peut-on faire des questions 3 et 4 ?
- Déterminer graphiquement les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
- Donner le tableau de variations complet de f .
- Déterminer graphiquement les limites suivantes :

a. $\lim_{x \rightarrow 5} x^2 - 6x + 3$

b. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-2}{x - 3}$

c. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$