

Suite

Def: liste infini de nombres numérotés par des entiers

$$(u_n) = \{u_0, u_1, u_2, \dots\}$$

↑
premier terme

cas particuliers

Suites arithmétiques

$$u_{n+1} = u_n + r$$

$$u_n = u_0 + nr$$

$$u_0, \dots, u_n = (n+1) \times \frac{u_0 + u_n}{2}$$

↑
n+1 termes

→ $(u_n) \nearrow$ si $r > 0$
 $(u_n) \searrow$ si $r < 0$

Suites géométriques

$$u_{n+1} = qu_n$$

$$u_n = u_0 q^n$$

$$u_0, \dots, u_n = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

↑
premier terme

→ $(u_n) \nearrow$ si $q > 1$
 $(u_n) \searrow$ si $0 < q < 1$

→ $(u_n) \text{ cv vers } 0$
 si $-1 < q < 1$

Suites arithmético-géométriques

$$u_{n+1} = a u_n + b$$

mode de génération

variations

limites

définie explicitement $u_n = f(n)$ avec f une fonction
 Δ on peut calculer directement u_{100}

définie par récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ avec f une fonction
 Δ on ne peut pas calculer directement u_{100}

(u_n) est croissante si $u_{n+1} > u_n$ pour tout entier n

méthode: montrer pour tout entier n que $u_{n+1} - u_n > 0$
 ou $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ (si $u_n > 0$)

(u_n) est décroissante si $u_{n+1} < u_n$ pour tout entier n

méthode: montrer pour tout entier n que $u_{n+1} - u_n < 0$ ou $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ (si $u_n > 0$)

Δ lors que n tend vers +∞

Si la suite (u_n) se rapproche d'un nombre l , on dit que (u_n) converge et cette limite est unique

Si on dit que (u_n) diverge → soit $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$

soit (u_n) ne se rapproche d'aucun nombre et ne tend pas vers l'infini

Thm de convergence

Si (u_n) est \nearrow et majoré, $(u_n) \text{ cv}$

Si (u_n) est \searrow et minoré, $(u_n) \text{ cv}$

Si $u_n < v_n < w_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = l$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = l$ (Sandwich)

Si f est continue en l et (u_n) converge vers l avec $u_{n+1} = f(u_n)$ alors $f(l) = l$