Exercice 1: Nouvelle Calédonie mars 2016

Dans le repère orthonormée $\left(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ de l'espace, on considère pour tout réel m, le plan P_m d'équation

$$\frac{1}{4}m^2x + (m-1)y + \frac{1}{2}mz - 3 = 0.$$

1. Pour quelle(s) valeur(s) de m le point $A(1\ ;\ 1\ ;\ 1)$ appartient-il au plan P_m ?
2. Montrer que les plans P_1 et P_{-4} sont sécants selon la droite (d) de représentation paramétrique

$$(d)\left\{\begin{array}{rcr} x &=& 12-2t \\ y &=& 9-2t \\ z &=& t \end{array}\right. \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

3. a. Montrer que l'intersection entre P_0 et (d) est un point noté B dont on déterminera les coordonnées.
   b. Justifier que pour tout réel m, le point B appartient au plan P_m.
   c. Montrer que le point B est l'unique point appartenant à P_m pour tout réel m.
4. Dans cette question, on considère deux entiers relatifs m et m' tels que

$$-10 \leqslant m \leqslant 10 \quad \text{et} \quad -10 \leqslant m' \leqslant 10.$$

On souhaite déterminer les valeurs de m et de m' pour lesquelles P_m et $P_{m'}$ sont perpendiculaires.
   a. Vérifier que P_1 et P_{-4} sont perpendiculaires.
   b. Montrer que les plans P_m et $P_{m'}$ sont perpendiculaires si et seulement si

$$\left(\frac{mm'}{4}\right)^2 + (m-1)(m'-1) + \frac{mm'}{4} = 0.$$

   c. On donne l'algorithme suivant :

```
Variables :     m et m' entiers relatifs
Traitement :    Pour m allant de −10 à 10 :
                    Pour m' allant de −10 à 10 :
                        Si (mm')^2 + 16(m − 1)(m' − 1) + 4mm' = 0
                            Alors Afficher (m ; m')
                    Fin du Pour
                Fin du Pour
```

   Quel est le rôle de cet algorithme ?
   d. Cet algorithme affiche six couples d'entiers dont $(-4\ ;\ 1)$, $(0\ ;\ 1)$ et $(5\ ;\ -4)$. Écrire les six couples dans l'ordre d'affichage de l'algorithme.

Exercice 2: Amérique du Sud 24 novembre 2015

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.

Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. L'absence de réponse n'est pas pénalisée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.

L'espace est muni d'un repère orthonormée $\left(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$. Les points A, B, C sont définis par leurs coordonnées :

$$\mathrm{A}(3\ ;\ -1\ ;\ 4), \quad \mathrm{B}(-1\ ;\ 2\ ;\ -3), \quad \mathrm{C}(4\ ;\ -1\ ;\ 2).$$

Le plan $\mathcal{P}$ a pour équation cartésienne : $2x - 3y + 2z - 7 = 0$.

La droite Δ a pour représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{rcr} x &=& -1+4t \\ y &=& 4-t \\ z &=& -8+2t \end{array}\right., t \in \mathbb{R}.$

Affirmation 1 : Les droites Δ et (AC) sont orthogonales.

Affirmation 2 : Les points A, B et C déterminent un plan et ce plan a pour équation cartésienne $2x + 5y + z - 5 = 0$.

Affirmation 3 : Tous les points dont les coordonnées $(x\ ;\ y\ ;\ z)$ sont données par

$$\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 1+s-2s' \\ y &=& 1-2s+s' \\ z &=& 1-4s+2s' \end{array}\right., s \in \mathbb{R}, s' \in \mathbb{R}$$

appartiennent au plan $\mathcal{P}$.

Affirmation 4 : Il existe un plan parallèle au plan $\mathcal{P}$ qui contient la droite Δ.