Exercices type bac

Exercice 1:
Deux coureurs cyclistes, Ugo et Vivien, ont programmé un entrainement hebdomadaire afin de se préparer à une course qui aura lieu dans quelques mois. Leur objectif est de parcourir chacun une distance totale de 1500 km pendant leur période d'entrainement de 20 semaines. Ugo commence son entrainement en parcourant 40 km la première semaine et prévoit d'augmenter cette distance de 5 km par semaine. Vivien commence son entrainement en parcourant 30 km la première semaine et prévoit d'augmenter cette distance de 10 % par semaine.

- On note u_n la distance, en kilomètres, parcourue par Ugo la n-ième semaine.
- On note v_n la distance, en kilomètres, parcourue par Vivien la n-ième semaine.
- On a ainsi $u_1 = 40$ et $v_1 = 30$.

Dans cet exercice, on étudie les suites (u_n) et (v_n).

Partie A : l'entrainement d'Ugo

1. Calculer les distances parcourues par Ugo au cours des deuxième et troisième semaines d'entrainement.
2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison.
3. Compléter dans l'algorithme ci-dessous les lignes (1) et (2) de façon à ce qu'il affiche en sortie la distance parcourue par Ugo lors de la n-ième semaine d'entrainement.

Variables :	u est un réel
	i et n sont des entiers naturels
Entrée :	Saisir n
Initialisation :	u prend la valeur ...... (1)
Traitement :	Pour i allant de 2 à n
	u prend la valeur ...... (2)
	Fin Pour
Sortie :	Afficher u

4. Montrer que, pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = 35 + 5n$.

Partie B : l'entrainement de Vivien

1. Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Justifier la réponse.
2. Montrer que, pour tout $n \geqslant 1$, $v_n = 30 \times 1,1^{n-1}$.
3. Calculer v_8. On arrondira le résultat au dixième.

Partie C : comparaison des deux entraînements

1. Vivien est persuadé qu'il y aura une semaine où il parcourra une distance supérieure à celle parcourue par Ugo. Vivien a-t-il raison ? On pourra utiliser les **parties A et B** pour justifier la réponse.
2. A la fin de la 17^{e} semaine, les deux cyclistes se blessent. Ils décident alors de réduire leur entrainement. Ils ne feront plus que 80 km chacun par semaine à partir de la 18^{e} semaine. Leur objectif sera-t-il atteint ? Justifier.

Exercice 2:
Pour chacune des questions, choisir la bonne réponse en justifiant votre réponse.

1. La suite (U_n) est géométrique de premier terme $U_0 = 10$ et de raison $q = 3$, alors :

   a. $U_4 = 22$ **b.** $U_4 = 810$ **c.** $U_4 = 10 \times 3^3$ **d.** $U_4 = 10 + 3 \times 4$

2. La suite (V_n) est arithmétique de premier terme $V_0 = 0$ et de raison $r = 5$ alors la somme $V_0 + V_1 + \cdots + V_{10}$ est égale à :

   a. 0 **b.** 50 **c.** 250 **d.** 275

   Une ville a décidé d'augmenter de 10 % ses logements sociaux chaque année. En 2012 elle avait 150 logements sociaux. Pour tout entier n, on note a_n le nombre de logements sociaux dans cette ville en $(2012 + n)$. On a donc $a_0 = 150$.

3. On aura alors :
   a. $a_1 = 135$ **b.** $a_3 = 180$ **c.** $a_3 = 195$ **d.** $a_n = 150 \times 1,10^n$

4. La ville souhaite au moins doubler le nombre de ses logements sociaux. Cet objectif sera dépassé en :

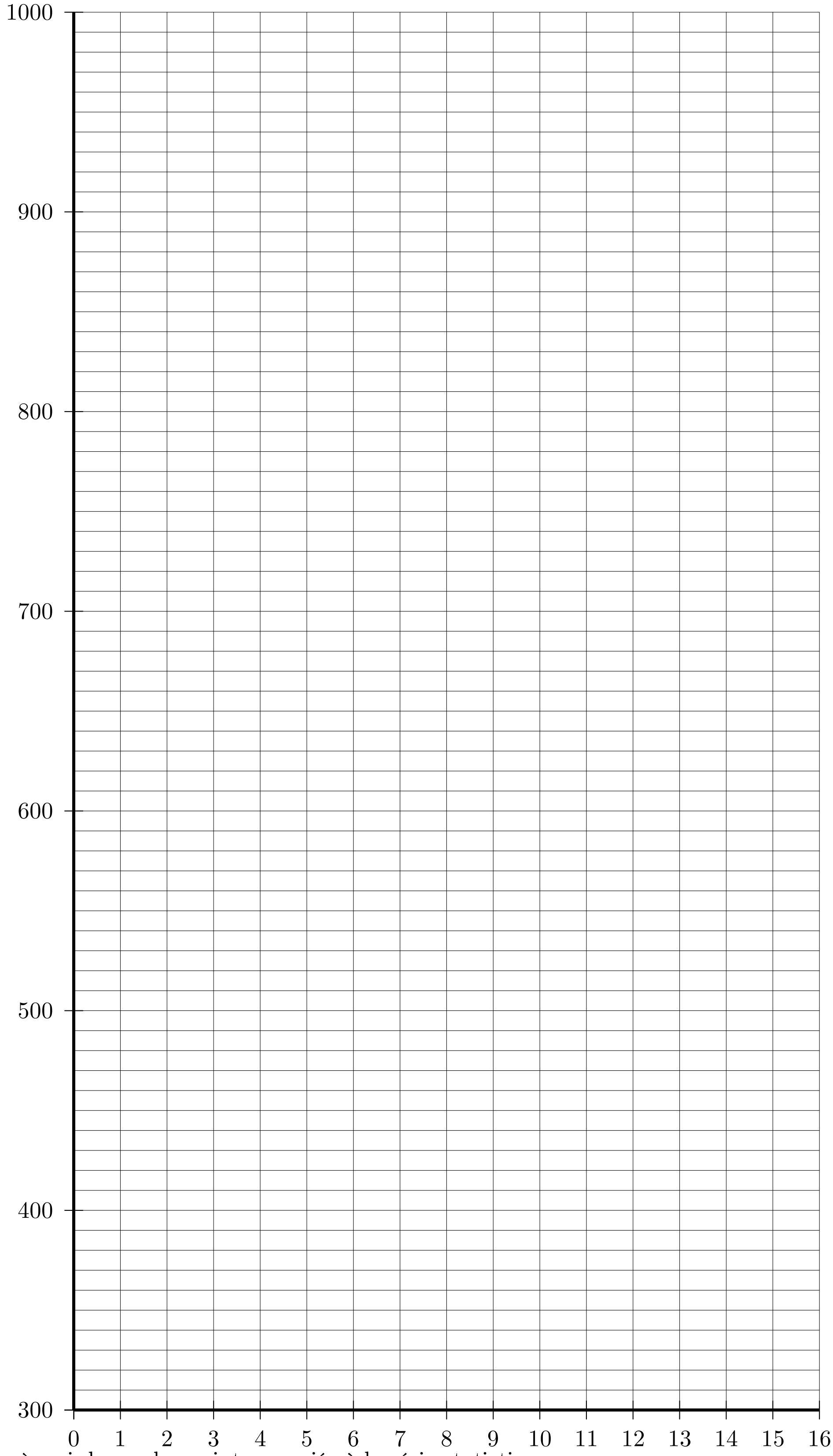
   a. 2015 **b.** 2017 **c.** 2020 **d.** 2022

Exercice 3:

1. La série statistique à deux variables suivante décrit la superficie certifiée de production biologique exprimée en milliers d'hectares (ha) en France de 2004 à 2009 : y_i est la superficie pour l'année $2003 + x_i$.

Année	2004	2006	2007	2008	2009
x_i	1	3	4	5	6
y_i	468	500	497	502	526

Source des données : Eurostat



a. Placer dans le repère ci-dessus les points associés à la série statistique.

b. Donner, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis à l'unité.

c. Tracer cette droite sur le graphique ci-dessus.

d. Estimer la superficie totale consacrée à l'agriculture biologique en France en 2011, arrondie à l'hectare.

2. L'étude a également permis d'obtenir les données suivantes :

Année	2010	2011	2012
x_i	7	8	9
Superficie (en ha) y_i	572	701	856

Source des données : Eurostat

a. Placer les points associées aux données de ce tableau sur le graphique ci-dessus.

b. Que peut-on dire de la validité de l'ajustement précédent ? Justifier la réponse.

3. Les données précédentes permettent de montrer que la superficie certifiée de production biologique a augmenté de 22 % par an entre 2010 et 2012. On fait l'hypothèse que ce taux reste constant dans les cinq années suivantes. On note u_0 la superficie certifiée de production biologique en hectares en France en 2012 et, pour tout entier n, u_n la valeur estimée par ce modèle de la superficie certifiée de production biologique en hectares en France en $2012 + n$. Ainsi $u_0 = 856$.

a. On considère l'algorithme suivant :

Variables	k est un entier u est un réel
Entrée	Affecter à u la valeur 856
Traitement	Pour k allant de 1 à 5 Affecter à u la valeur $1,22 \times u$ Afficher u Fin Pour

Interpréter les résultats affichés par l'algorithme.

b. Estimer la superficie certifiée de production biologique en hectares en France en 2017.

Exercice 4:

Un employeur donne le choix à un salarié à temps partiel entre deux modes de rémunération :

- proposition A : salaire mensuel brut de 1200 € au premier janvier 2015 puis, chaque année au premier janvier, augmentation de 15 € du salaire mensuel brut ;
- proposition B : salaire mensuel brut de 1000 € au premier janvier 2015, puis, chaque année au premier janvier, augmentation de 4 % du salaire mensuel brut.

On se propose d'étudier quelle est la proposition la plus intéressante pour ce salarié. On note, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

- u_n le salaire mensuel brut au premier janvier de l'année $(2015 + n)$ pour la première proposition ;
- v_n le salaire mensuel brut au premier janvier de l'année $(2015 + n)$pour la deuxième proposition.

1. Calculer u_1, u_2, v_1 et v_2.
2. Donner la nature et la raison de chacune des suites (u_n) et (v_n).
3. Exprimer, pour tout entier naturel n, u_n et v_n en fonction de n.
4. Calculer, pour chacune des deux propositions, le salaire mensuel brut en 2023. Les résultats seront arrondis à l'euro.
5. Une feuille de calcul a été élaborée dans le but de calculer le salaire mensuel brut, au premier janvier de chaque année, pour chacune des deux propositions de rémunération.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Année	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027
2	u_n	1 200	1 215											
3	v_n	1 000	1 040											

a. Préciser une formule qui, entrée en cellule C2, permet, par recopie vers la droite, d'obtenir le contenu de la plage C2 :N2.

b. Préciser une formule qui, entrée en cellule C3, permet, par recopie vers la droite, d'obtenir le contenu de la plage C3 :N3.

6. A partir de quelle année le salaire mensuel brut obtenu avec la proposition B dépasse-t-il celui de la proposition A ?

Exercice 5:
Après une décision collective, les copropriétaires d'un immeuble votent la réalisation de travaux sur la façade du bâtiment.

1. Recopier et compléter la facture suivante, reçue par la copropriétaire Madame M.

Prestations	Prix hors taxe	Prix T.V.A. incluse*
- Travaux sur la façade	5 002 €	......
- Autres prestations	......	......
Total	......	Total : 9 152 €

* La valeur de la T.V.A. sur ce type de travaux est de 10 %

2. Madame M. dépose le 1er juin 2015 un capital de 5 000 €, sur un compte non rémunéré. A partir du 1er juillet 2015, elle versera sur ce compte un montant égal à 2,5 % du capital du mois précédent. Ceci conduit à modéliser la valeur du capital n mois après le 1er juin 2015 par le terme v_n d'une suite géométrique.
   a. Déterminer le premier terme et la raison de la suite (v_n).
   b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.
   c. Le capital constitué le 1er juin 2017 sera-t-il suffisant pour payer à cette date la facture des travaux ? Justifier la réponse.

Exercice 6:
Le responsable du foyer des jeunes d'un village a décidé d'organiser une brocante annuelle. Pour la première brocante, en 2012, il a recueilli 110 inscriptions. D'après les renseignements pris auprès d'autres organisateurs dans les villages voisins, il estime que d'une année sur l'autre, 90 % des exposants se réinscriront et que 30 nouvelles demandes seront déposées.

On désigne par u_n le nombre d'exposants en $(2012 + n)$ avec n un entier naturel.

Ainsi u_0 est le nombre d'exposants en 2012, soit $u_0 = 110$.

1. Quel est le nombre d'exposants attendu pour 2013 ?
2. Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,9u_n + 30$.
3. Vu la configuration actuelle de la manifestation dans le village, le nombre d'exposants ne peut pas excéder 220.

   Compléter l'algorithme proposé ci-dessous afin qu'il permette de déterminer l'année à partir de laquelle l'organisateur ne pourra pas accepter toutes les demandes d'inscription.

Variables :	u est un nombre réel n est un nombre entier naturel
Initialisation :	Affecter à u la valeur ... Affecter à n la valeur 2012

Traitement :	Tant que ...
	    Affecter à u la valeur ...
	    Affecter à n la valeur $n + 1$

Sortie :	Afficher ...

4. Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = u_n - 300$.
   a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $0,9$.
   b. Déterminer v_n en fonction de n.
   c. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = -190 \times 0,9^n + 300$.
   d. Donner, en justifiant, le résultat recherché par l'algorithme de la question 3.
5. L'organisateur décide d'effectuer une démarche auprès de la mairie pour obtenir assez de place pour ne jamais refuser d'inscriptions. Il affirme au maire qu'il suffit de lui autoriser 300 emplacements. A-t-il raison de proposer ce nombre ? Pourquoi ?