Corrigé : Exercices type bac

Exercice 1:

Partie A : l'entrainement d'Ugo

1. La distance parcourues par Ugo au cours de sa deuxième semaine d'entrainement est :

$$\begin{aligned} u_2 &= u_1+5 \\ &= 40+5 \\ &= 45 \end{aligned}$$

La distance parcourues par Ugo au cours de sa troisième semaine d'entrainement est :

$$\begin{aligned} u_3 &= u_2+5 \\ &= 45+5 \\ &= 50 \end{aligned}$$

2. (u_n) est une suite arithmétique de raison $r=5$.
3. Algorithme :

Variables :	u est un réel
	i et n sont des entiers naturels
Entrée :	Saisir n
Initialisation :	u prend la valeur **40**
Traitement :	Pour i allant de 2 à n
	u prend la valeur **u+5**
	Fin Pour
Sortie :	Afficher u

4. D'après le cours sur les suites arithmétiques,pour tout $n \geqslant 1$,

$$\begin{aligned} u_n &= u_1 + r \times \texttt{nombres de termes} \\ &= 40+5\times(n-1) \\ &= 40+5n-5 \\ &= 35+5n \end{aligned}$$

Partie B : l'entrainement de Vivien

1. (v_n) est une suite géométrique de raison $q=1,1$. En effet, augmenter de 10% revient à multiplier par $1+\dfrac{10}{100}=1,1$.
2. D'après le cours sur les suites géométriques,pour tout $n \geqslant 1$,

$$\begin{aligned} v_n &= v_1 \times q^{\texttt{nombres de termes}} \\ &= 30\times 1,1^{n-1} \end{aligned}$$

3. $v_8 = 30\times 1,1^{8-1}$ soit $v_8 = 30 \times 1,1^7 \simeq 58,5$.

Partie C : comparaison des deux entraînements

1. On cherche une valeur de n pour laquelle $v_n \geq u_n$. A l'aide de la calculatrice, on obtient :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
u_n	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120
v_n	30	33	36,3	39,9	43,9	48,3	53,1	58,5	64,3	70,7	77,8	85,6	94,2	103,6	113,9	125,3	137,8

Vivien a donc raison puisque à partir de la semaine 15, il parcourra chaque semaine une distance supérieure à celle parcourue par Ugo.

2. A l'aide de la calculatrice, on a :

$$u_1+u_2+\cdots+u_{17}+3\times 80 = 1600$$

et

$$v_1+v_2+\cdots+v_{17}+3\times 80 \simeq 1456$$

On en déduit que Ugo atteindra son objectif mais pas Vivien !

Exercice 2:

1. La suite (U_n) est géométrique de premier terme $U_0 = 10$ et de raison $q = 3$, alors

$$\begin{array}{rcl} U_4 & = & U_0 \times 3^4 \\ & = & 10 \times 81 \\ & = & 810 \end{array}$$

La bonne réponse est la réponse **b**.

2. La suite (V_n) est arithmétique de premier terme $V_0 = 0$ et de raison $r = 5$ alors la somme $V_0 + V_1 + \cdots + V_{10}$ est égale à :

$$\begin{array}{rcl} S & = & V_0 + V_1 + \cdots + V_10 \\ & = & 0 + 5 + \cdots + 50 \\ & = & 275 \end{array}$$

La bonne réponse est la réponse **d**.

3. $a_1 = a_0 \times \left(1 + \dfrac{10}{100}\right) \simeq 165$; $a_3 = a_0 \times \left(1 + \dfrac{10}{100}\right)^3 \simeq 199,65$. La bonne réponse est donc la réponse **d** puisque les trois autres sont fausses. En effet, d'après le cours sur les suites géométriques, pour tout entier n :

$$\begin{array}{rcl} a_n & = & a_0 \times q^n \\ & = & 150 \times 1,1^n \end{array}$$

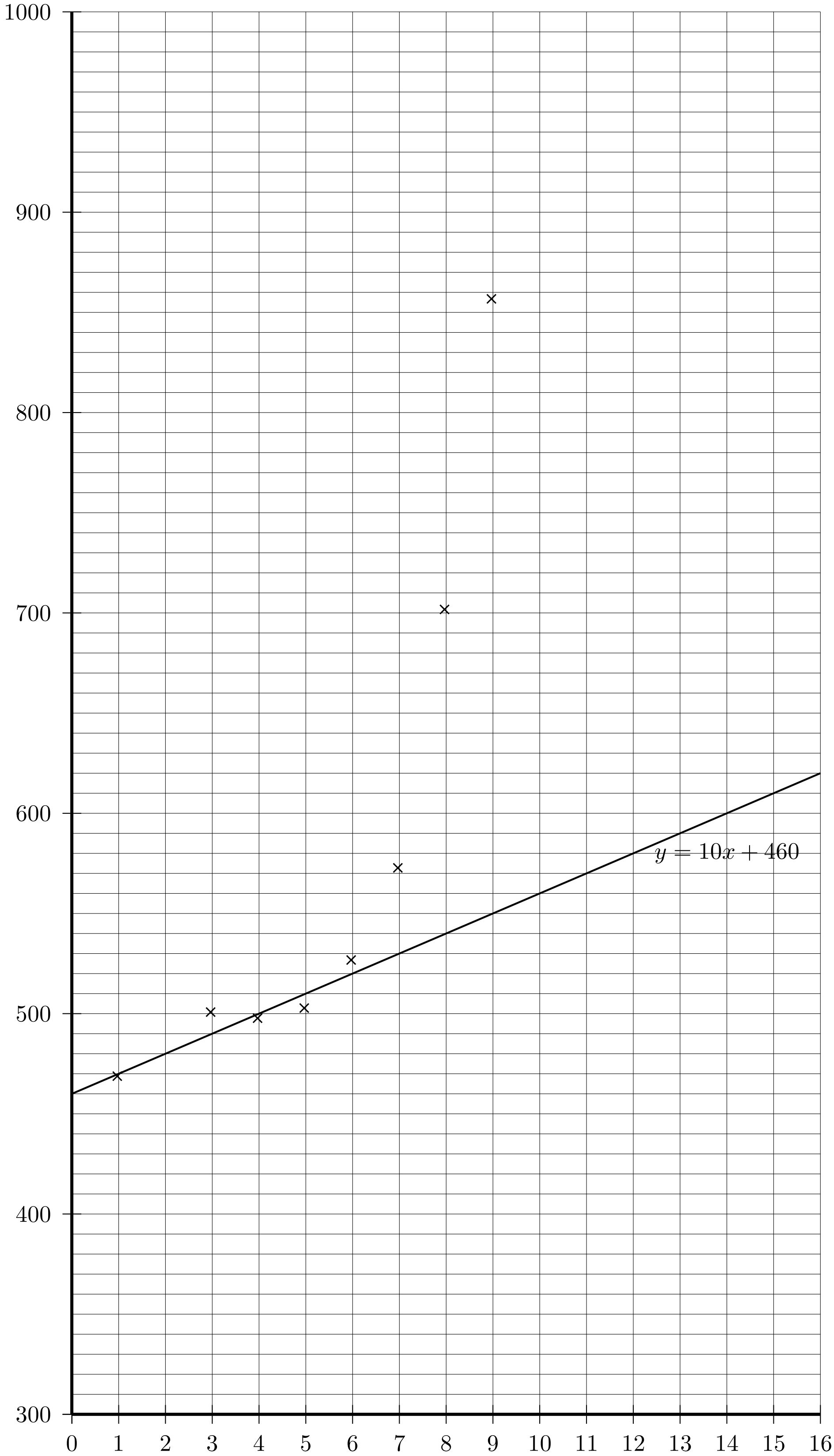
4. Après calculs, $a_7 \simeq 292$ et $a_8 \simeq 323$ donc l'objectif sera atteint en $2012 + 8 = 2020$. La bonne réponse est la réponse **c**.

Exercice 3:

1. a. Voir ci-contre.
   b. A l'aide de la calculatrice, on obtient $y = 10x + 460$
   c. Voir ci-contre.
   d. 2011 correspond à l'année de rang 8 et $10 \times 8460 = 540$. La superficie totale consacrée à l'agriculture biologique en France en 2011 sera de 540.000 hectares
2. a. Voir ci-contre.
   b. L'ajustement précédent n'est plus valide puisque les trois nouveaux points sont très loin de la droite d'ajustement.
3. a. Algorithme :
   $u = 856$ et on entre dans la boucle **Pour**
   $k = 1$; u prend la valeur $1,22 \times 856 = 1044,32$ et on affiche sa valeur
   $k = 2$; u prend la valeur $1,22 \times 1044,32 = 1274,07$ et on affiche sa valeur
   $k = 3$; u prend la valeur $1,22 \times 1274,07 = 1554,37$ et on affiche sa valeur
   $k = 4$; u prend la valeur $1,22 \times 1554,37 = 1896,32$ et on affiche sa valeur
   $k = 5$; u prend la valeur $1,22 \times 1896,32 = 2313,52$ et on affiche sa valeur
   On sort de la boucle **Pour** et l'algorithme se termine.
   b. 2017 correspond à l'année de rang $n = 5$. Ainsi

$$\begin{array}{rcl} u_5 & = & u_0 \times \left(1 + \dfrac{22}{100}\right)^5 \\ & = & 856 \times 1,22^5 \\ & \simeq & 2313,518 \end{array}$$

La superficie certifiée de production biologique en hectares en France en 2017 sera de 2.313.518 hectares en 2017.


1000
900
800
700
600
500
400
300
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
$y = 10x + 460$

Exercice 4:

1.
$$u_1 = u_0 + 15 = 1200 + 15 = 1215$$
$$u_2 = u_1 + 15 = 1215 + 15 = 1230$$
$$v_1 = v_0 \times \left(1 + \frac{4}{100}\right) = 100 \times 1,04 = 1040$$
$$v_2 = v_1 \times \left(1 + \frac{4}{100}\right) = 1040 \times 1,04 = 1081,6$$

2. (u_n) est une suite arithmétique de raison $r = 15$ et (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 1,04$.
3. D'après le cours,
$$u_n = u_0 + n \times r$$
soit
$$u_n = 1200 + 15n$$
et
$$v_n = v_0 \times q^n$$
soit
$$v_n = 1000 \times 1,04^n$$
4. 2023 correspond à l'année de rang 8
$$\begin{array}{rcl} u_8 & = & 1200 + 15 \times 8 \\ u_8 & = & 1320 \end{array}$$
Pour la proposition A, le salaire mensuel brut en 2023 sera de 1320 €.
$$\begin{array}{rcl} v_8 & = & 1000 \times 1,04^8 \\ v_8 & \simeq & 1369 \end{array}$$
Pour la proposition B, le salaire mensuel brut en 2023 sera de 1369 €.
5. a. $= B2 + 15$

   b. $= B3 * 1,04$
6. A l'aide du tableau de valeur de la calculatrice, on obtient que pour $n = 7$:
$$u_7 = 1305 < v_7 = 1315,9$$
A partir de $2015 + 7 = 2022$, le salaire mensuel brut obtenu avec la proposition B dépassera celui de la proposition A.

Exercice 5:

1. Facture :

Prestations	Prix hors taxe	Prix T.V.A. incluse*
- Travaux sur la façade	5 002 €	5 502,2 €
- Autres prestations	3 318 €	3 649,8 €
Total	8 320 €	Total : 9 152 €

2. a. $v_0 = 5000$ et $q = 1 + \frac{2,5}{100} = 1,025$.

   b. D'après le cours sur les suites géométriques,pour tout $n \geqslant 0$,
$$\begin{array}{rcl} v_n & = & v_0 \times q^n \\ & = & 5000 \times 1,025^n \end{array}$$
   c. Juin 2017 correspond au mois de rang 24 :
$$\begin{array}{rcl} v_24 & = & 5000 \times 1,025^24 \\ & \simeq & 9043,6 \end{array}$$
$v_24 \simeq 9043,6 < 9152$ donc le capital constitué le 1er juin 2017 sera donc insuffisant pour payer à cette date la facture des travaux.

Exercice 6:

1. $u_1 = 110 \times 0,9 + 30 = 129$ donc 129 exposants sont attendus pour 2013.
2. 90% des exposants se réinscrivent donc on multiplie u_n par $0,9$ pour obtenir u_{n+1} et on ajoute 30 puisque d'une année sur l'autre 30 nouvelles demandes sont déposés. Ainsi, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,9u_n + 30$.
3. Algorithme :

Variables :	u est un nombre réel n est un nombre entier naturel
Initialisation :	Affecter à u la valeur 110 Affecter à n la valeur 2012

Traitement :	Tant que $u \leq 220$
	    Affecter à u la valeur $0,9u + 30$
	    Affecter à n la valeur $n + 1$

Sortie :	Afficher n

4. a. Pour tout entier n,

$$\begin{array}{rcl} v_{n+1} & = & u_{n+1} - 300 \\ & = & 0,9u_n + 30 - 300 \\ & = & 0,9(v_n + 300) - 270 \\ & = & 0,9v_n + 270 - 270 \\ & = & 0,9v_n \end{array}$$

   La suite (v_n) est géométrique de raison $0,9$ et de premier terme $v_0 = u_0 - 300 = -190$.

   b. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = -190 \times 0,9^n$

   c. Pour tout entier naturel n, $v_n = u_n - 300$ soit $u_n = v_n + 300$ donc $u_n = -190 \times 0,9^n + 300$.

   d. $u_8 \simeq 218$ et $u_9 \simeq 226$ donc l'algorithme de la question 3 renvoie $n = 9$.
5. On remarque que pour n de plus en plus grand, u_n se rapproche de 300 sans jamais l'atteindre. L'organisateur a donc raison de proposer ce nombre.