

Chapitre 5: Loi binomiale

1 Loi de Bernoulli

Définition:

Une épreuve de Bernoulli de paramètre p est une expérience aléatoire qui ne comporte que deux issues, l'une appelée succès S et l'autre échec $\overline{S}$ avec $P(S) = p$ et $P(\overline{S}) = 1 - p$.

Exemple:

L'épreuve aléatoire : « on lance un dé cubique équilibré et on s'intéresse à la sortie d'un multiple de 3 » est une épreuve de Bernoulli de paramètre la probabilité du succès « obtenir un multiple de 3 » soit :

$$p = P(S) = \dots\dots\dots$$

Propriété:

On considère une épreuve de Bernoulli de paramètre p . Soit X la v.a qui prend la valeur 1 en cas de succès et la valeur 0 en cas d'échec. La loi de probabilité de X est :

k	0	1
$P(X = k)$		

L'espérance est

$$E(X) = \dots\dots\dots$$

et la variance est

$$V(X) = \dots\dots\dots$$

On dit que la variable aléatoire X suit **loi de Bernoulli de paramètre p** .

2 Loi binomiale et coefficients binomiaux

Définition:

Lorsqu'on répète n fois la même expérience de Bernoulli de manière **indépendante**, on obtient un schéma de n épreuves de Bernoulli de paramètre p .

Définition:

Le **nombre de chemins** de l'arbre associé à un schéma de Bernoulli d'ordre n conduisant à k succès pour n répétitions est noté

et se lit « k parmi n ». Les nombres $\binom{n}{k}$ sont appelés coefficients binomiaux.

Exemple:

Le nombre de chemins qui mènent à 2 succès dans un schéma de Bernoulli d'ordre 10 est :

Définition:

Dans un schéma de n épreuves de Bernoulli de paramètre p , la variable aléatoire X associant à chaque issue le nombre de succès a pour loi de probabilité :

$$P(X = k) = \dots\dots\dots$$

On dit que X suit une **loi binomiale de paramètres n et p** . On note X suit $\mathcal{B}(n; p)$.

Exemple:

On répète 10 fois l'expérience précédente : c'est un schéma de Bernoulli de paramètres

En pratique, on utilise la calculatrice pour déterminer cette valeur.

Propriété:

Soit une variable aléatoire X qui suit une loi binomiale de paramètres n et p . On a :

$$E(X) = \dots\dots\dots ; \quad V(X) = \dots\dots\dots ; \quad \sigma(X) = \dots\dots\dots$$